34. Nun wollen Donald, Vladimir, und Angela sich 100M Euro aufteilen. Wenn sich mindestens zwei SpielerInnen auf eine Aufteilung (x_1, x_2, x_3) mit $x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$ einigen, so werden die Beträge x_i ausbezahlt, wenn keinerlei Einigung zustande kommt, erhält kein(e) SpielerIn etwas.

    Wie wird das Ergebnis des Spieles sein, wenn fix in folgender Reihenfolge verhandelt wird: Zuerst verhandeln Donald und Vladimir, dann Vladimir und Angela, weiters Donald und Angela, und zu guter Letzt treffen sich alle drei zu **finalen** Verhandlungen in Wien. Nehmen Sie an, dass die Ergebnisse der Verhandlungen allen Teilnehmern bekannt und nicht bindend sind. Wie wird das Ergebnis sein?

    Wie wird das Ergebnis sein, wenn nur eine einzige Verhandlungsrunde mit allen Dreien in Genf geplant ist?

    Wie wird das Ergebnis sein, wenn eine Verhandlungsrunde mit allen Dreien in Paris durchgeführt wird, aber bilaterale Verhandlungen danach erlaubt sind?

35. Gegeben sei ein TU Spiel (N, v) mit $N = \{1,2,3,4\}$ und $v(S) = |S|^2$. Schreiben Sie den Kern

    $$C(v) = \{\, x \in \mathbb{R}^4_+ \mid \quad \dots\dots\dots \quad \}$$

    formal an und erkennen Sie die Symmetrie, aus welcher Sie unmittelbar ableiten können, dass der Kern ein Singleton mit Element (a, a, a, a) ist. Welchen Wert hat a? Wie sieht der Nukleolus aus?

36. **Bankruptcy Problem:** Gegeben seien $n + 1$ nicht negative Werte $[E;\ d_1, \dots, d_n]$. Dabei sind E die Aktiva einer bankrotten Firma, und $N = \{1, \dots, n\}$ ist die Menge der Gläubiger. Die bankrotte Firma hat bei dem Gläubiger i den Schuldenstand d_i, wobei wir annehmen, dass $E < \sum_{i=1}^{n} d_i$ gilt. Eine Koalition $S \subseteq N$ einigt sich nur dann mit dem Masseverwalter, wenn jeder Gläubiger dieser Koalition seine ausstehende Summe vollständig erhält; wie sieht die charakteristische Funktion diese TU Spieles aus? Würden Sie einer Schuldentilgungsquote

    $$\frac{E}{\sum_{j=1}^{n} d_j}$$

    also

    $$x_i = \frac{E}{\sum_{j=1}^{n} d_j} d_i$$

    zustimmen?

37. Gegeben sei ein TU Spiel (N, v) mit $N = \{1,2,3\}$ und die charakteristische Funktion genügt

$$v(S) = 0 \;\; \forall\, |S| = 1; v(\{1,2\}) = 4, \;\; v(\{1,3\}) = 7, \;\; v(\{2,3\}) = 15; \; v(\{1,2,3\}) = 22.$$

Berechnen Sie den Shapley Value $\Phi(v)$.

Verwenden Sie entweder $(n = \; |N|)$

$$\Phi_i(v) = \sum_{\substack{s=0,1,\ldots,n \\ |S|=s \\ S\subseteq N\setminus\{i\}}} \frac{s!\,(n-s-1)!}{n!} \;(v(S \cup \{i\} - v(S))$$

oder die äquivalente Formulierung ($\Re(N)$ ist die Menge aller Permutationen der n Spieler, $\sigma(i)$ ist die Menge der Spieler, die in der Permutation σ vor (links vom) Spieler i gelistet sind)

$$\Phi_i(v) = \frac{1}{n!} \sum_{\substack{\sigma\in\mathcal{R}(N) \\ S=\sigma(i)}} (v(S \cup \{i\} - v(S))$$

Damit Ihr Rechenaufwand reduziert wird, nehmen Sie die letzte Ziffer Ihrer Matrikelnummer modulo 3 und fügen Sie Eins hinzu (ohne modulo); für diesen Spieler berechnen Sie Φ_i. (Beispiel: die Ziffer ist 6 => $i = 1$)