

1. **Simultanes Spiel Schere-Stein-Papier:** Der Gewinner bekommt vom Verlierer einen Euro. Stellen Sie dieses Spiel in mathematischer Form als geordnetes Tripel  $(N, (A_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$  dar. Weiters stellen Sie dieses Spiel in Normal-Form (=Strategische Form) dar.
2. **Sequentielles Brettspiel:** Zwei Spielerinnen, gekennzeichnet mit Spielerin I und Spielerin II, spielen auf einem Spielbrett mit vier Feldern:

2	4
1	3

Spielerin I eröffnet, indem sie ein Feld besetzt. Abwechseln besetzen die Spielerinnen jeweils (genau) ein Feld nach folgendem Regelwerk:

- Ein Feld darf besetzt werden, wenn es von keiner der beiden Spielerinnen besetzt worden ist.
- Das Feld 4 darf nicht besetzt werden, wenn das Feld 2 oder das Feld 3 bereits besetzt worden ist.
- Das Spiel endet, wenn das Feld 1 besetzt wird. Die Spielerin, die das Feld 1 besetzt, verliert das Spiel.

Stellen Sie dieses Spiel in extensiver Form (Spielbaum) dar.

Bemerkung: die Erweiterung auf ein  $n \times m$  Spielbrett heißt David Gale's Chomp Game (1974).

3. **Simultanes Spiel:** Im folgenden Spiel in strategischer Form

		Player II		
		Aktionen	L	M
Player I	T	(1,0)	(1,2)	(0,1)
	B	(0,3)	(0,1)	(2,0)

eliminieren Sie sukzessiv dominierte Strategien.

4. Versuchen Sie sich die vier in der Vorlesung besprochenen Spiele „Prisoners' Dilemma“, „Geschlechterkampf“, „Koordinationsspiel“, und das „Hirschjagdspiel“ einzuprägen. Diskutieren Sie Dominanz, sowie Sattelpunkteigenschaften bei diesen vier Spielen.

5. **Cournot Equilibrium:** (Dies ist kein neues Konzept, sondern es handelt sich um ein Nash Gleichgewicht im Cournot Duopol) Zwei Firmen produzieren ein ähnliches („homogenes“) Produkt (z.B. Strom; nicht lagerbar); vernachlässigen wir die Produktionskosten. Der Markträumungspreis am Stromhandelsplatz CALLIA ist  $p = 1 - Q$ . Nennen wir nun die beiden Duopolisten simpel Spieler I und Spieler II. Die beiden Spieler  $i=1,2$  wählen eine Quantität Strom  $q_i$ , die sie am Markt anbieten. Der Payoff der Spieler ist dann  $K_i(q_1, q_2) = \dots$  (bitte einsetzen). Überprüfen Sie, ob  $q_i = 1/3$ ,  $i = 1,2$  ein Nash-Gleichgewicht ist. Zusatzfrage: ist das Cournot Duopol ein finites Spiel?
6. Beantworten Sie folgende Fragen:
- Weiß jeder Spieler am Beginn des Spiels, wer am Spiel teilnimmt?
  - Wird ein rational handelnder Spieler eine dominierte Strategie wählen?
  - Weiß Spieler I in einem sequentiellen 2Personen Spiel, dass Spieler II, der erst in der nächsten Runde ziehen wird, dann rational handeln wird?
  - Weiß Spieler II in einem simultanen 2Personen Spiel, dass Spieler I rational handeln wird?
  - Weiß Spieler III in einem 3 Personen Spiel, dass Spieler II weiß, dass Spieler I rational handeln wird?
7. **Cournot Equilibrium hierarchisch (sequentiell):** Wie im Beispiel 5., nur mit dem Unterschied, dass Spielerin I zuerst entscheidet, und Spielerin II erst dann entscheiden muss, wenn sie die Entscheidung von Spielerin I kennt. Lösen Sie dieses Spiel.  
**Bemerkung:** Spielerin II nimmt die Entscheidung  $q_1$  von Spielerin I als Parameter und optimiert ihren Payoff  $K_2(q_1, q_2)$  mit  $q_2$  als Variable (mittels Mittelschulmathematik). Die Lösung  $q_2^*(q_1)$  ist parametrisiert; Spielerin I verwendet diese Lösung, um ihr eigenes Optimierungsproblem  $K_1(q_1, q_2^*(q_1))$  mit  $q_1$  als Variable zu lösen.
8. Betrachten Sie folgendes Spiel in strategischer Form:

		Player II		
		Aktionen	L	R
Player I	T	(2,1)	(2,-20)	
	M	(3,0)	(-10,1)	
	B	(-100,2)	(3,3)	

Ist dieses Bi-Matrixspiel ein Nullsummenspiel? Offensichtlich ist (B,R) eine Nashgleichgewichtslösung (beweisen Sie). Diskutieren Sie, ob nicht für einen ängstlichen (risk-averse) Spieler I die Strategie „T“ mit Aktionsprofil (T,L) eine zu bevorzugende Lösung wäre.

9. Betrachten Sie folgendes Bi-Matrixspiel in strategischer Form:

		Player II	
		Aktionen	L
Player I	T	(3,1)	(0,4)
	B	(2,3)	(1,1)

Berechnen Sie die Maximin Werte der beiden Spieler. Vergleichen Sie die Payoff-Werte der beiden Spieler, wenn beide Maximin spielen.

Betrachten Sie folgendes Bi-Matrixspiel in strategischer Form:

		Player II	
		Aktionen	L
Player I	T	(0,0)	(2,1)
	B	(3,2)	(1,2)

Finden Sie die beiden Nashgleichgewichte des Spiels. Lösen Sie durch sukzessive Elimination dieses Spiel. Was passiert mit den Nashgleichgewichten?