Spieltheoretische Modellierung Übung 2017

10. **Permutationsspiel:** Mr. Adams, Mr. Benson, und Mr. Cooper haben am Montag, Dienstag bzw. Donnerstag einen Termin beim Zahnarzt vereinbart. Diese Einteilung spiegelt allerdings deren Präferenzen nicht wider:

	Mon	Die	Don
Adams	2	4	8
Benson	10	5	2
Cooper	10	6	4

Man kann natürlich mit graphentheortischen Methoden (z.B. Ungarische Methode), die beste Allokation berechnen (Mo: Benson, Di: Cooper, Do: Adams; Nutzen: 24). Entweder der Zahnarzt als Spielleiter fixiert diese Terminsierung oder alle 3 Patienten einigen sich. Letzteres modellieren wir mitttels einem Koalitionsspiels mit drei Spieler und der Charakteristischen Funktion:

S	{1}	{2}	{3}	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
v(S)	2	5	4	14	18	9	24

Beachten Sie, dass wir hier den gesamten Nutzen einer Koalition betrachten und nicht, wie im 3 Städte Spiel, der Nettonutzen bei „staying alone“ verglichen mit der Kooperation; hier wäre dann der Payoff 0,0,0,7,12,0,13.

- Der Kern dieses Spiels ist ein 3-dimensionaler Simplex. Beschreiben und/oder skizzieren Sie diesen (eventuell mit Matlab)
- Berechnen Sie den Shapley Wert und prüfen Sie, ob dieser Allokationsvektor im Kern des Koalitionsspieles liegt.

11. **Nash Verhandlungslösung:** Berechnen Sie die Nash Verhandlungslösung wie in der Vorlesgung, nur nun mit den Nutzenfunktionen $u_1(\alpha) = 2\,\alpha - \alpha^2$ und $u_2(\alpha) = \alpha$.

12. **Glove Game:** Betrachten Sie nun das Handschuhspiel mit $n = \ell + r$ Spielern, wo ℓ Spieler einen linken Handschuh, und r Spieler einen rechten Handschuh anbieten. Die Menge der Spieler besteht also aus der Vereinigung zweier disjunkten Mengen L und R mit den Kardinalitäten ℓ und r. Jedes Paar Handschuhe hat den Wert 1, also z.B. der Wert der großen Koalition ist $v(N) = \min\{|L|, |R|\}$. Finden Sie einen mathematischen Ausdruck für $v(S)$, d.h. den maximalen Profit, den eine Koalition S generieren kann, wenn ihre Mitglieder kooperieren.

Nehmen wir nun an, dass $\ell = 100$ und $r = 101$ ist. Überlegen Sie sich, ob die Allokation, wo jeder Spieler mit einem linken Handschuh 1 bekommt, jeder Spieler mit einem rechten Handschuh bekommt nichts (0), im Kern liegt. Weiters argumentieren Sie, dass die Shapley Werte für Spieler mit einem rechten Handschuh echt größer Null sind (bitte aber die Shapley Werte nicht versuchen auszurechnen)