

25. Nochmals ein Bayes Spiel: Betrachten Sie ein Spiel wie „Let’s Make a Deal“ basierend auf einer ehemaligen TV Show. Eigentlich ist es kein Spiel, weil der Showmaster genau eine fix vorgegebene gemischte Strategie spielt und nicht wirklich am Payoff des Spiels interessiert ist. Dennoch ist dieses Entscheidungsproblem ausgezeichnet geeignet, das Lernergebnis Bayes Spiele formulieren und untersuchen zu erreichen.

Die Kandidatin als Spielerin darf eine von drei Türen auswählen. Hinter einer Tür steht ein Auto, welches die Kandidatin mit nach Hause nehmen darf, wenn sie diese Tür wählt. Hinter den beiden anderen Türen steht nichts, und die Kandidatin geht mit leeren Händen nach Hause, wenn sie eine dieser Türen wählt. Der Showmaster, Monty Hall, weiß hinter welcher Tür das Auto steht, die Kandidatin weiß dies nicht.

Vor der Show wird das Auto zufällig mit gleichen Wahrscheinlichkeiten hinter einer der Türen aufgestellt, also die a-priori Wahrscheinlichkeiten der Kandidatin ist $(1/3, 1/3, 1/3)$ (Anmerkung: Spielzug der Umgebung). Diskutieren sie hier nur die Situation, wenn die Kandidatin bereits die Tür 3 gewählt hat (die anderen beiden Aktionen der Kandidatin würden äquivalent untersucht).

Nachdem die Kandidatin ihren Spielzug ausgeführt hat (hier also die Tür drei gewählt hat), ist nun Monty an der Reihe. Er wählt nun eine Tür, die die Kandidatin nicht gewählt hat und hinter der sich kein Auto befindet. Diese Tür wird geöffnet (also die Kandidatin wird über den Ausgang dieses Spielzuges vollständig informiert). Sollten Monty zwei Aktionen offen stehen - also die Kandidatin hat ohne es zu wissen, die richtige Tür mit dem Auto dahinter gewählt - dann spielt Monty fix eine gemischte Aktion mit Wahrscheinlichkeiten $(1/2, 1/2)$ für eine der beiden leeren Türen; die Kandidatin weiß von dieser gemischten Strategie des Showmasters Bescheid.

Nachdem nun Monty eine „leere“ Türe geöffnet hat, ist die Kandidatin wieder am Zug und darf nun frei zwischen einer der noch beiden geschlossenen Türen wählen (wenn sie wechselt aber hinter der im ersten Spielzug gewählten Tür steht das Auto, dann hat sie Pech gehabt). Beachten Sie, dass die Information der Kandidatin nach wie vor unvollständig ist, aber ihr Informationsstand hat sich verbessert! Dies spiegelt sich nun wieder, dass sich die Wahrscheinlichkeiten ihrer Spielhypothesen ändern. Diese a-posteriori Wahrscheinlichkeiten (basierend auf dem zusätzlichen Wissen) gilt es nun mit Satz von Bayes und Satz von der vollständigen Wahrscheinlichkeit zu berechnen.

Zeichnen Sie den Spielbaum (starten Sie mit dem Zug der Natur, betrachten Sie aber nur die Zweige des Spielbaums, wo die Kandidatin im ersten Zug die Tür 3 wählt). Achten Sie auf die Informationsbezirke und berechnen Sie auch die Spielhypothesen. Wie soll die Kandidatin entscheiden?

26. Buyer-Seller TU Game: Spielerin 2 und Spielerin 3 sind Käuferinnen, Spielerin 1 ist Verkäuferin. Die Verkäuferin besitzt ein Objekt, das für sie keinen Wert hat. Dieses Objekt hat für Spielerin 2 den Wert 1, und für Spielerin 3 den Wert 2. Das sind auch die Preise, welche die Käuferinnen jeweils bereit sind für das Objekt zu bezahlen.

Modellieren Sie diese Situation als ein 3-Personen Koalitionsspiel mit übertragbarem Nutzen. Der Wert einer Koalition ist der maximale Überschuss, den die Koalitionsspielerinnen durch eine Transaktion zwischen der Verkäuferin und einer Käuferin erreichen kann. Ermitteln Sie den Nukleolus für dieses Spiel.

- 27. Lösen von Optimierungsaufgaben:** Dieses Beispiel ist kein Prüfungstoff. Wir werden dieses Beispiel auch nicht in der Übung besprechen. Es gibt viele Videos und Beschreibungen im Web, wie man den MS Excel Solver bedient. Eines davon ist (oder alternativ googeln Sie einfach Excel Solver):

<https://www.youtube.com/watch?v=K4QkLA3sT1o>

- 28. The Bankruptcy Game.** (O’Niell 1982) Ein kleines Unternehmen, welches drei Gläubigern Geld schuldet, geht in Insolvenz. Das Unternehmen schuldet dem Kreditor A 10.000 Euro (=10K), dem Kreditor B 20K Euro, und dem Kreditor C 30K Euro. Die Insolvenzmasse beträgt 36K Euro. Wie sollen die drei Kreditoren bedient werden? Eine typische alltägliche Lösung ist die Insolvenzquote, in diesem Fall gleich 60%. Dies bedeutet eine Allokation von (6,12,18) (in Tausend Euro; in weitere Folge lasse ich diesen Hinweis weg) an die drei Gläubiger. Berechnen Sie Shapley Werte und Nukleolus als mögliche Lösung für den Ausgleich. Diskutieren Sie, ob die Praxis der Insolvenzquote fair ist – schon der babylonische Talmud hat den Nukleolus vor über 2000 Jahren als gerechtere Allokation vorgeschrieben.

Die charakteristische Funktion definiert sich durch $v(A)=v(B)=0$, $v(C) = 6$, $v(AB) = 6$, $v(AC) = 16$, $v(BC) = 26$, $v(ABC) = 36$. Diskutieren Sie diese charakteristische Funktion.

Verwenden Sie diese charakteristische Funktion und versuchen Sie mit MS Excel (oder GAMS oder Matlab) den Nukleolus über Lineare Optimierung zu berechnen. Weiters berechnen Sie auch die Shapley Werte (durch „simples“ Berechnen der Shapley Formel).