

29. Vorgegeben sei ein Bimatrixspiel  $(A,B)$ . Seien nun  $\mathbf{p}, \mathbf{q}, a, b$  Lösungen des Quadratischen Optimierungsproblems  $\mathcal{QP}$  aus der Vorlesung (Slide 39; EndlicheSpiele.pdf). Beweisen Sie, dass  $(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  ein Nashgleichgewicht des Bimatrixspiels  $(A,B)$  ist.

30. **Division Problem:** Hilary und Barrack teilen 1000Euro nach folgenden Regeln untereinander auf. Zuerst schlägt Hilary einen Betrag  $x \geq 0$  vor; dies ist der Betrag, den sie haben möchte. Barrack, nachdem er den Vorschlag von Hilary gehört hat, darf einen Betrag  $y \geq 0$  vorschlagen. Ist die Summe von  $x$  und  $y$  größer als 1000Euro, dann ist der Payoff des Spieles gleich  $(0,0)$ . Ansonsten erhält Hilary den gewünschten Betrag  $x$  und Barrack den gewünschten Betrag  $y$ .

- Betrachten Sie nun das Problem als ein 2 Personen Verhandlungsspiel (Bargaining Spiel)  $(F, (d_1, d_2))$ . Definieren Sie den Auszahlungsraum  $F$ . Welchen Konfliktpunkt (Disagreement Point)  $(d_1, d_2)$  schlagen Sie vor?
- Ändert sich das Verhandlungsspiel, wenn Hilary und Barrack nur Werte im abgeschlossenen Intervall 0 bis 1000 wählen dürfen?
- Ist es auch eine Verhandlungsspiel, wenn Barrack nur Werte, die echt kleiner als Tausend sind, wählen darf.
- Überlegen Sie sich die Nash-Verhandlungslösung (Nash-Bargaining).
- Berechnen Sie mit MS Excel (oder GAMS oder R oder Matlab ...) eine Nash-Verhandlungslösung unter der Voraussetzung, dass Hilary doppelte Verhandlungsmacht als Barrack hat.

31. **Division Problem:** Nun spielt Angela mit Donald das gleiche Spiel wie Hilary und Barrack im Bsp 30. Allerdings muss Angela ihre Gewinne mit 50% Einkommensteuer versteuern. Donald muss aufgrund Verlusten in anderen Geschäften keinerlei Einkommensteuer berappen.

- Skizzieren Sie die Menge  $L$  aller zulässigen Aufteilungen der 1000 Euro.
- Modellieren Sie ein passendes Verhandlungsspiel  $(F,d)$ . Skizzieren Sie den Auszahlungsraum  $F$ . Vergleichen Sie die Menge  $F$  mit der Menge  $L$  der zulässigen Auszahlungen der 1000 Euro.
- Ist dieses Verhandlungsspiel  $(F,d)$  symmetrisch?
- Wie sieht die Nash-Verhandlungslösung aus, wenn Angela und Donald gleich starke Verhandler sind?

32. Betrachten Sie folgendes Bi-Matrixspiel in strategischer Form. Ermitteln Sie via Quadratischer Programmierung die Nashgleichgewichte in gemischten Strategien. Berechnen Sie die Lösung mittels Excel oder R oder Matlab oder GAMS oder von mir aus mit irgendeinen anderen Optimierungssolver

		Player II		
		Aktionen	L	C
Player I	T	(0,0)	(7,6)	(6,7)
	M	(6,7)	(0,0)	(7,6)
	B	(7,6)	(6,7)	(0,0)

**33. Fußball EM 2020 Finale:** Das Finale zwischen Österreich und Deutschland steht in der 90. Minute 3:3. Da pfeift der Schiedsrichter auf Elfmeter für Österreich. Für Österreich wird Alaba antreten, im Tor der Deutschen steht Neuer. Alaba hat die beiden Optionen ins linke oder ins rechte Eck zu schießen, Neuer muss sich für eines der beiden Ecken entscheiden; klarerweise sind die Entscheidungen simultan zu treffen. Die beiden Spieler kennen sich vom Clubtraining bestens und sie wissen genau um ihre Chancen (links – rechts vom Mittelkreis gesehen):

		Neuer	
		Linkes Eck	Rechtes Eck
Alaba	Linkes Eck	<b>0,7; 0,3</b>	<b>0,8; 0,2</b>
	Rechtes Eck	<b>0,9; 0,1</b>	<b>0,5; 0,5</b>

Schießt Alaba z.B. ins linke Eck und Neuer deckt ebenfalls das linke Eck ab, so geht der Ball in 7 von 10 Fällen ins Tor, in den restlichen 3 Fällen wehrt Neuer den Schuss ab oder der Schuss trifft nicht das Tor.

Reformulieren Sie dieses Spiel als ein Nullsummenspiel. Berechnen Sie mit Excel, GAMS, R, oder Matlab ein Nashgleichgewicht in gemischten Strategien.