

106.064 Numerische Mathematik

Informationen

LVA-Nummer 106.064

TUWEL-Kurs 106.064-2010W

Termine

- Dienstag, 15:30 - 17:00 Uhr, 4. Stock, 101C
 - 26.10.2010 fällt aus, Ersatz: 29.10.2010, 11:30 - 13:00 Uhr, 3. Stock, grün, 101A
 - 02.11.2010 fällt aus, Ersatz: 05.11.2010, 11:30 - 13:00 Uhr, 3. Stock, grün, 101A
- Donnerstag, 13:30 - 15:00 Uhr, 4. Stock, 101C
- Donnerstag, 15:00 - 16:30 Uhr, 4. Stock, 101C
- Freitag, 08:30 - 10:00 Uhr, 4. Stock, 101C
- Freitag, 13:00 - 14:30 Uhr, 4. Stock, 101C

Die Übungen beginnen in der Woche vom 11.10.2010.

Anmeldung Bitte melden Sie sich bis spätestens 07.10.2010 in TISS für eine der Übungsgruppen an. Die Anmeldung zum TUWEL-Kurs erfolgt **automatisch**. Bitte melden Sie sich ab 08.10.2010 in TUWEL zu einer Zweiergruppe an. Die schriftlichen Hausübungen werden von den Zweiergruppen gemeinsam bearbeitet und auch entsprechend bewertet. Mehr dazu erfahren Sie in der ersten Übungssitzung.

Mitarbeiter

Michael Feischl, BSc (4. Stock, grün) - michael.feischl@tuwien.ac.at

DI Michael Karkulik, (4. Stock, grün) - michael.karkulik@tuwien.ac.at

Marcus Page, MSc (4. Stock, grün) - marcus.page@tuwien.ac.at

Modus

Die Übung gliedert sich in zwei Teile: In den Wochen 11.10.2010 bis 22.11.2010 gibt es eine klassische Kreuzerübung. In der zweiten Hälfte des Semesters gibt es Projektübungen. Für Infos zum zweiten Teil siehe Homepage von Frau Prof. Weinmüller, <http://www.math.tuwien.ac.at/~ewa/NumMath/>.

Beispiele und Abgabemodalitäten

Das aktuelle Übungsblatt finden sie auf der Seite des TUWEL-Kurses. Jedes Blatt hat vier Beispiele, zwei davon sind als **schriftlich** gekennzeichnet. Diese Aufgaben arbeiten Sie bitte schriftlich in \LaTeX aus. Erzeugen Sie für jedes der beiden Beispiele eine separate pdf-Datei. Die beiden pdf-Dateien laden Sie dann auf der TUWEL-Seite hoch. Die beiden mündlichen Beispiele bereiten Sie bitte vor. Auf der TUWEL-Seite können Sie angeben, welche der mündlichen Beispiele Sie vorbereitet haben (d.h. das klassische "Ankreuzen" machen Sie auf der TUWEL-Seite). Die Deadline für die Abgabe und das Ankreuzen ist jeweils Mitternacht am Sonntag vor der aktuellen Woche. In der ersten Woche sind alle Aufgaben mündlich vorzubereiten.

Positiver Leistungsnachweis für den ersten Teil

Anmeldung auf TISS *und* regelmässige Teilnahme an den Übungsgruppen *und* mindestens 66% der Beispiele *und* positive Tafelleistungen *und* positive schriftliche Beispiele.

Übung 1

Aufgabe 1. Gegeben sind die folgenden beiden Algorithmen zur Berechnung von $y = a + b + c$ für $a, b, c \in \mathbb{R}$:

(i) $y = (a + b) + c$

(ii) $y = a + (b + c)$

Führen Sie für beide Varianten eine Vortwärtsanalyse durch und interpretieren Sie ihr Ergebnis. Kann man eine allgemeingültige Aussage treffen?

Aufgabe 2. Zu einer Norm $\|\cdot\|$ auf \mathbb{R}^n definieren wir die zugehörige Operatornorm als

$$\|A\| := \sup_{x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}} \frac{\|Ax\|}{\|x\|} \quad \text{für alle } A \in \mathbb{R}^{n \times n}.$$

Beweisen Sie die Gültigkeit folgender Aussagen für Operatornormen:

(i) Die Operatornorm $\|\cdot\|$ definiert eine Norm auf \mathbb{R}^n .

(ii) $\|A\| = \sup_{\|x\|=1} \|Ax\| = \sup_{\|x\| \leq 1} \|Ax\| = \inf\{C > 0 : \|Ax\| \leq C\|x\| \text{ für alle } x \in \mathbb{R}^n\}$

(iii) Alle Infima und Suprema werden angenommen.

(iv) Für Matrizen $A \in \mathbb{R}^{\ell \times m}$, $B \in \mathbb{R}^{m \times n}$ gilt $\|AB\| \leq \|A\|\|B\|$.

(v) Ist $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ invertierbar, so gilt

$$\|A^{-1}\| = \left(\inf_{\|x\|=1} \|Ax\| \right)^{-1}.$$

Aufgabe 3. Zeigen Sie dass die normalisierte Darstellung einer Gleitkommazahl $x \in \mathbb{F}(b, t, e_{\min}, e_{\max})$

$$x = \left(\sigma \sum_{k=1}^t a_k b^{-k} \right) b^e$$

eindeutig ist.

Aufgabe 4. Wir betrachten eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und eine Operatornorm $\|\cdot\|$. Zusätzlich definieren wir den Spektralradius $\rho(A) \in \mathbb{R}$ als

$$\rho(A) := \max\{|\lambda| : \lambda \text{ ist Eigenwert von } A\}.$$

Zeigen Sie folgende Eigenschaften:

(i) $\rho(A) \leq \|A\|$

(ii) $\|A\|_2 = \rho(A)$ für symmetrisches A .

(iii) Zeigen Sie, dass die Frobeniusnorm $\|A\|_F$ keine Operatornorm ist.

(iv) Zeigen Sie mit Hilfe von (i), dass auch die skalierte Frobeniusnorm $\|A\|_{\hat{F}} := \frac{1}{\sqrt{n}} \|A\|_F$ keine Operatornorm ist.