MULTIVARIATE STATISTIK

http://www.statistik.tuwien.ac.at/lv-guide

Blatt 3	Wintersemester 2012/13

13) Mit der Darstellung aus Beispiel 12 soll die Kovarianzmatrix einer multivariaten Poissonverteilung bestimmt werden, wobei es genügt, die Kovarianz einer bivariaten Poissonverteilung darzustellen.

14) Für einen multinomial-verteilten Vektor $X = (X_1, \ldots, X_k)$ mit $X \sim M_{n,\theta_1,\ldots,\theta_k}$ bestimme man die momenterzeugende Funktion

$$\varphi(t) \;=\; \mathbb{E}\; t_1^{X_1} \ldots t_k^{X_k}$$

mit $t = (t_1, \ldots, t_k)$.

15) Mit der momenterzeugenden Funktion aus Beispiel 14 bestimme man die Erwartungswerte der Komponenten $\mathbb{E}X_i$ einer Multinomial-Verteilung sowie die Kovarianzmatrix.

16) Eine Multinomial-Verteilung entsteht, wenn für eine beliebige Stichprobe einer festen Verteilung ein *Histogramm* mit Klassen $K_1, \ldots, K_m$ gebildet wird. Die absoluten Klassenhäufigkeiten H_i bilden eine Multinomial-Verteilung. Zur Verdeutlichung sollen $n = 100$ Werte einer Normalverteilung $N(0,1)$ erzeugt werden und dann zu einer selbstgewählten Klasseneinteilung ein Histogramm erstellt werden. Man vergleiche dann die Klassenhäufigkeiten mit den Erwartungswerten. (Auch die geschätzte Kovarianzmatrix kann mit der Kovarianzmatrix der Multinomial-Verteilung verglichen werden.)

17) Wenn X_1 und X_2 beliebige stochastische Größen mit gleicher Varianz sind, dann können durch die lineare Transformation

$$Y_1 = X_1 + X_2$$

$$Y_2 = X_1 - X_2$$

unkorrelierte stochastische Größen Y_1 und Y_2 erzeugt werden. Man bestätige, daß Y_1 und Y_2 unkorreliert sind. Kann es noch weitere (feste) lineare Transformationen (bis auf Vielfache) geben, die auch zu unkorrelierten Größen führen ?

18) $X = (X_1, \ldots, X_n)$ sei eine Stichprobe unabhängiger standardnormalverteilter Größen $X_i \sim N(0,1)$. Welche Verteilung besitzt $Y = AX$, wenn
i) die Matrix A orthogonal ist, bzw.
ii) die Matrix A symmetrisch und idempotent ist ?