

MULTIVARIATE STATISTIK

<http://www.statistik.tuwien.ac.at/lv-guide>

BLATT 6

WINTERSEMESTER 2012/13

- 31) Man zeige folgende Darstellung der partiellen Korrelation zwischen X und Y bei gegebenem U durch die Korrelationen der drei Variablen:

$$\rho_{x,y|u} = \frac{\rho_{x,y} - \rho_{x,u}\rho_{y,u}}{\sqrt{(1 - \rho_{x,u}^2)(1 - \rho_{y,u}^2)}}$$

(Man gehe von normalverteilten Größen aus.)

- 32) Die stochastischen Größen X und Y seien unabhängig verteilt. Muß dann auch die partielle Korrelation $\rho_{X,Y|U}$ bezüglich einer beliebigen Größe U gleich $\rho_{X,Y|U} = 0$ sein ?

- 33) Die quadratische Matrix $M \in \mathbb{R}^{k \times k}$ sei positiv definit. Man begründe, daß die *Mahalanobis-Distanz*

$$\|x\| = \sqrt{x^T M x}$$

eine Norm auf \mathbb{R}^k ergibt.

- 34) Für eine Beobachtung einer Multinomialverteilung $X = (X_1, \dots, X_k)$ mit $X \sim M_{n, \theta_1, \dots, \theta_k}$ bestimme man die *Fisher Informationsmatrix* $I(\theta_1, \dots, \theta_k)$ (eigentlich $I(\theta_1, \dots, \theta_{k-1})$).

- 35) Welche asymptotische Normalverteilung besitzt der Maximum-Likelihood Schätzer von $\theta_1, \dots, \theta_k$ einer Multinomialverteilung (Anteilsschätzung) ? (Vergleiche Beispiel 34 oder Beispiel 20) Man gebe einen Schätzer für die Kovarianzmatrix des Maximum-Likelihood Schätzers an. Wie kann unter Verwendung dieses Schätzers ein asymptotischer Konfidenzbereich für $\theta_1, \dots, \theta_k$ einer Multinomialverteilung bestimmt werden?

- 36) Bei einer Umfrage die Parteien A, B, C betreffend votierten 52 für Partei A , 39 für B und 9 für C . Man berechne und skizziere einen (gemeinsamen) asymptotischen 95% Konfidenzbereich für die Anteile θ_A, θ_B der Parteien. (Multinomialverteilung mit Konfidenzbereich aus Beispiel 35)

Man berechne auch separate Konfidenzintervalle für die Anteile der Parteien.