MULTIVARIATE STATISTIK

http://www.statistik.tuwien.ac.at/lv-guide

BLATT 7 WINTERSEMESTER 2012/13

37) Die *Scorefunktion* zur Likelihoodfunktion $L(\theta)$ für $\theta \in \mathbb{R}^p$ sei $s(\theta, X) = \partial \log L / \partial \theta$. Man zeige, daß die *Fisher-Informationsmatrix* $F_{(N)}$ sowohl als Kovarianzmatrix von $s(\theta, X)$ als auch durch

$$F_{(N)} \quad = \quad \mathbb{E}\; s(\theta, X) s(\theta, X)^\top \quad = \quad -\mathbb{E} \left(\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right)$$

dargestellt werden kann.

Die folgende Datenmatrix $\boldsymbol{X}$ mit normalverteilten Beobachtungen $x_i = (a_i, b_i, c_i)$, mit Mittelvektor $\mu = c(\mu_a, \mu_b, \mu_c)$ besteht aus 2 Stichproben,

$$\boldsymbol{X} \;=\; \begin{pmatrix} \boldsymbol{X}_1 \\ \boldsymbol{X}_2 \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{X}_1$:

a_i	b_i	c_i
7.4	7.1	13.6
1.6	12.3	16.9
3.6	8.4	16
2.9	12.2	15.2
5.9	7.2	14.7
1.8	7.7	14.1
7.8	13.8	14.3
2.2	10.4	14.4
5.5	9.4	13.7
4.6	14.6	15.7

$\boldsymbol{X}_2$:

a_i	b_i	c_i
0.7	8.5	14.2
4.3	10.6	15.2
4.2	6.4	10.6
4.6	5.9	12.6
4.2	8.3	13.7
7.2	12.6	12.8
1.9	4.8	12
-1.7	6.6	12.2
0.9	10.7	16.5
2.8	4.8	16.2
0.3	5.2	11.8
2.1	6.7	13.7

und ist Datenbasis für die Beispiele 38-41. (File: U7_X1 und U7_X2)

38) Unter der Annahme, daß die Kovarianzen Σ_1 unter $\boldsymbol{X}_1$ und Σ_2 unter $\boldsymbol{X}_2$ gleich sind, soll getestet werden, ob die Mittelvektoren beider Stichproben ident sind, $H_0 : \mu_1 = \mu_2$. ($\alpha = 0.05$)

39) Die Annahme identischer Kovarianzen Σ_1 und Σ_2 der Stichproben $\boldsymbol{X}_1$ und $\boldsymbol{X}_2$ soll getestet werden. ($\alpha = 0.05$)

40) Man gebe einen gemeinsamen 90% Konfidenzbereich für $\mu = c(\mu_a, \mu_b, \mu_c)$ nach dem *Bonferroni-Prinzip*

a) wenn nur Stichprobe $\boldsymbol{X}_1$

b) nur Stichprobe $\boldsymbol{X}_2$

c) die gesamte Datenmatrix $\boldsymbol{X}$ verwendet wird.

41) Man bestimme das 90% Konfidenzellipsoid für $\mu = c(\mu_a, \mu_b, \mu_c)$ und vergleiche das Volumen dieses Konfidenzellipsoids mit dem Volumen des Konfidenzbereichs, der im letzten Beispiel nach dem Bonferroni-Prinzip berechnet wurde. Man betrachte wieder die beiden Stichproben separat bzw. gemeinsam.