MULTIVARIATE STATISTIK

http://www.statistik.tuwien.ac.at/lv-guide

BLATT 8 WINTERSEMESTER 2012/13

42) Zwei unabhängige Beobachtungen $X \sim M_{N_1,\theta_1,\ldots,\theta_k}$ und $Y \sim M_{N_2,\pi_1,\ldots,\pi_k}$ sind multinomialverteilt. Für große Umfänge N_1 und N_2 soll auf Grundlage der asymptotischen Normalverteilung der Multinomialverteilung ein Test auf gleiche Eintrittswahrscheinlichkeiten $H_0 : \theta = \pi$, also $\theta_i = \pi_i$ für $i = 1, \ldots, k$ konstruiert werden.

43) Eine zweite Umfrage die Parteien A, B, C aus Beispiel 36 betreffend ergibt bei 200 Befragten: 120 für A 67 für B 13 für C
Haben sich zwischen der ersten und der zweiten Umfrage die Anteile der Parteien signifikant verändert? ($\alpha = 0.05$)

44) REGRESSIONSPARADOXON

Die stochastischen Größen X und Y haben Erwartung 0. Man bestimme α mit minimaler Varianz $\mathsf{var}(X - \alpha Y)$ und β mit minimaler Varianz $\mathsf{var}(Y - \beta X)$.
a) Gilt $\alpha = \frac{1}{\beta}$?
b) Man zeige für den Korrelationskoeffizienten $\rho_{X,Y}$

$$\rho_{X,Y} = \sqrt{\alpha\ \beta}.$$

45) Die Kovarianzmatrix des stochastischen Vektors (X, Z_1, Z_2) ist

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0.1 \\ 0.5 & 2.0 & -1.1 \\ 0.1 & -1.1 & 1.5 \end{pmatrix}$$

und der Vektor der Erwartungswerte sei $(0, 0, 0)$. Man berechne die *multiple Korrelation*, $\rho_{X,(Z_1 Z_2)}$.

46) Es soll gezeigt werden, daß die multiple Korrelation $\rho_{Y,X_1,\ldots,X_k}$ zwischen der eindimensionalen Größe Y und dem Vektor $X_1, \ldots, X_k$ genau dann $\rho_{Y,X_1,\ldots,X_k} = 0$ ist, wenn auch für die Kovarianzen $\text{cov}(Y, X_i) = 0$ für alle $i = 1, \ldots, k$ gilt.

47) Für die folgende Datenmatrix (File: U8_Daten47)

y	x_1	x_2	x_3
73.52	8.00	-3.49	26.03
66.21	9.43	0.72	26.93
95.87	10.73	-0.94	36.04
94.14	10.66	-2.31	36.90
93.12	8.79	-3.21	34.76
85.15	9.44	-1.25	35.22
71.37	9.79	0.94	30.95
69.37	8.76	-0.34	28.05
101.32	11.86	-2.07	41.24
53.50	7.21	-0.20	21.50

berechne man die Parameterschätzer zum linearen Regressionsmodell

$$Y = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_3 + \epsilon$$

und gebe die Kovarianzmatrix des Schätzers an.