48) Man bestimme zum Modell aus Beispiel 47 das Bestimmtheitsmaß und berechne 95%-tige Konfidenzbereiche für θ_i.

49) Für Beobachtungen Y_i und Regressoren x_i (File: U9_Daten49)

x_i	11.41	8.40	10.88	11.17	7.68	8.97	10.05	9.56	10.70	9.52
y_i	-3.99	-4.35	-5.43	-2.19	-8.39	-5.75	-5.93	-7.11	-5.57	-6.38

vergleiche man das lineare Regressionsmodell $Y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$ mit dem Ansatz

$$Y_i = \alpha\, x_i^{\beta} + \epsilon_i \quad .$$

Man schätze die Parameter in beiden Modellen und berechne jeweils das Bestimmtheitsmaß. Welches Modell ist vorzuziehen ?

50) Man gebe für beide Koeffizienten α, β des linearen Modells aus Beispiel 49 je ein 90% Konfidenzintervall an und teste $H_0 : \alpha = 0$ bzw. $H_0 : \beta = 0$ zum Signifikanzniveau 5%.

51) Die Funktion $g(x)$ bezeichne den Konfidenzstreifen (Überdeckungswahrscheinlichkeit γ) der Regressionsgeraden

$$y = \alpha + \beta\, x + \epsilon \; .$$

a) Bei welchem Punkt (x, y) der Regressionsgeraden ist die Breite des Konfidenzstreifen minimal?

b) Man begründe, daß $g(x)$ eine Hyperbel darstellt.

c) Man ermittle die Asymptoten der Hyperbel $g(x)$.

52) Im Regressionsmodell $y = \alpha + \beta\, x + \epsilon$ sei der Fehler ϵ als *stetig gleichverteilt* angenommen, $\epsilon \sim U_{-1,1}$, und die Fehler ϵ_i seien unabhängig. Die *Kleinste-Quadrate-Schätzer* $\hat{\alpha}$ und $\hat{\beta}$ können dann auch die *Maximum-Likelihood-Schätzer* des Regressionsmodells sein. Unter welchen Bedingungen ist das möglich?

53) Das Bestimtheitsmaß des Regressionsmodells mit Regressoren $x_1, \ldots, x_k$ sei R_k^2. Man zeige, daß bei Hinzunahme des Regressors x_{k+1} das Bestimtheitsmaß eher größer wird, also $R_{k+1}^2 \geq R_k^2$.