MULTIVARIATE STATISTIK

http://www.statistik.tuwien.ac.at/lv-guide

Blatt 10	Wintersemester 2012/13

54) Der Parameter $\theta \in \mathbb{R}^3$ des Regressionsmodells aus Beispiel 47 soll der Restriktion

$$\theta_1 \;+\; \theta_2 \;+\; \theta_3 \;=\; 0$$

unterliegen. Man bestimme den KQ-Schätzer von θ unter dieser Restriktion.

55) (Strukturbruchtest)
Man entwickle einen Test auf Parametergleichheit $H_0 : \beta_1 = \beta_2$ für 2 Teilstichproben eines Regressionsmodells,

$$y_i \;=\; X_i\beta_i \;+\; \epsilon_i \qquad \text{für } i = 1, 2.$$

Man formuliere das Testproblem als allgemeine lineare Hypothese und verwende die entsprechende Teststatistik für dieses Testproblem.

56) Mit den Werten aus Beispiel 49 soll eine *partialisierte* Regression durchgeführt werden. D.h: e_i bezeichne die Residuen der Regressionsgeraden $X = \theta_1 + \theta_2\ U$ und $\tilde{e}_i$ bezeichne die Residuen der Regressionsgeraden $Y = \theta_1 + \theta_2 U$. Man erstelle eine Regressionsgerade zwischen e_i und $\tilde{e}_i$ und teste die Koeffizienten auf Signifikanz (d.h. die Hypothesen $H_0 : \alpha = 0$ und $H_0 : \beta = 0$) zum Signifikanzniveau 5%. Man berechne das Bestimmtheitsmaß dieser partialisierten Regression und vergleiche es mit dem ursprünglichen Bestimmtheitsmaß der Regression aus Beispiel 49.
Man verwende folgende Werte für die Größe U:

u_i	0.25	-0.04	0.17	1.07	-1.34	-1.01	0.07	-0.90	-0.42	-0.75

(File: U10_Daten56)

57) Für den Parameter $\theta \in \mathbb{R}^3$ und $\tau = \frac{1}{\sigma^2}$ des Regressionsmodells aus Beispiel 47 wird a-priori eine *Normal-Gamma-Verteilung* angenommen,

$$\theta|\tau \;\sim\; N(m, \frac{1}{\tau}V)$$

$$\tau \;\sim\; \gamma(a, b)\ ,$$

dabei ist $m = (0, -1, 0)$, $V = I_3$ und $a = 2, b = 1$. Man berechne die a-posteriori Bayes-Schätzer für θ.

58) Man bestimme den Bayes-Schätzer für die Modellvarianz σ^2 aus Beispiel 57.

59) Im Regressionsmodell mit $Y \in \mathbb{R}^n$, $\theta \in \mathbb{R}^k$ und $\boldsymbol{X} = (x_1, \ldots, x_k)$

$$Y \;=\; \boldsymbol{X}\theta \;+\; \epsilon$$

seien die Vektoren der Regressoren *orthonormal*, also $x_i^\top x_j = 0 \quad i \neq j$ und $x_i^\top x_i = 1$.
Man beschreibe, welche Konsequenzen das für das Modell hat, (Parameterschätzer, Varianzen der Schätzer, Residuen, Prognose, Projektionsmatrizen etc.)