BLATT 11 WINTERSEMESTER 2012/13

60) Für multinomiale Beobachtung $X = (X_1, \dots, X_k) \sim M_{n,\theta_1,\dots,\theta_k}$ beschreibe man die Vorgangsweise bei der Diskriminanzanalyse mit Bayes- bzw. Maximum-Likelihood-Regel, wenn
i) g Gruppen mit Parametervektoren $\theta^{(i)} \in \mathbb{R}^k$ für $i = 1, \dots, g$ vorliegen,
ii) für $k = 3$, $n = 10$ und $g = 3$ Gruppen mit

$$\theta^{(1)} = (1/3, 1/3, 1/3) \qquad \theta^{(2)} = (1/6, 1/3, 1/2) \qquad \theta^{(3)} = (1/2, 1/6, 1/3)$$

berechne man die Gesamtfehlerrate für a-priori Gewichte $p(1) = p(2) = p(3) = 1/3$ bzw. $p(1) = 0.4 = p(2)$ und $p(3) = 0.2$.

61) Zu den $k = 3$ Gruppen aus Beispiel 61 bestimme man die Zerlegung (D_1, D_2, D_3) und skizziere die Zerlegung in $\mathbb{R}^2$.

62) Man zeige, daß die Varianz einer beliebigen *standardisierten Linearkombination* $a^\top X$ des stochastischen Vektors $X \in \mathbb{R}^p$ nicht kleiner als die Varianz der p-ten Hauptkomponente ist.

63) Für die folgende Datenmatrix $\boldsymbol{X}$ sollen die ersten beiden Hauptkomponenten berechnet werden.

$\boldsymbol{X}$:				
	11.8	1.7	26.7	16.5
	10.8	1.9	30.1	20.6
	9.5	4.6	30.8	12.3
	10	4.5	24.2	3.6
	9.8	3.5	18.1	21.1
	9.4	5.1	28.1	16.3
	10.3	3.6	31.4	9.7
	9.9	1.9	23.1	18.3
	11.5	2.8	28.1	19.6
	9	2.6	15.5	25.1
	9.4	-2.5	16.6	13.8
	9.2	0.7	16.2	24.7
	8.5	1.3	12.3	13.4
	9.7	0.2	20.7	18.3
	9.9	0.5	28.3	23.8
	9.8	0.4	18.8	13.7
	9.9	1.7	24.6	17.6
	10.2	6.1	24	16
	10.7	-0.6	27.6	25.6
	10.6	4	26.7	21

(File: U12_Daten63)

64) Wieviel Anteil an der Gesamtvarianz haben die ersten beiden Hauptkomponenten aus Beispiel 64?

65) Das Regressionsmodell mit zentrierten Regressoren $\overline{x} = 0$ mit dem Mittelvektor der Regressoren $\overline{x} \in \mathbb{R}^{p+1}$ sei

$$Y \ = \ \boldsymbol{X}\theta \ + \ \boldsymbol{\epsilon}$$

Man verwende die Hauptkomponentenmethode für die Regressoren um auf orthogonale Regressoren zu transformieren.

ANLEITUNG: Man betrachte die Designmatrix $\boldsymbol{X}$ als "Datenmatrix" und verwende die Singulärwertzerlegung der Kovarianzmatrix $\boldsymbol{X}^\top \boldsymbol{X}$ für eine geänderte Designmatrix $\tilde{\boldsymbol{X}}$.