BAYES - STATISTIK

http://www.statistik.tuwien.ac.at/lv-guide

Blatt 12	Sommersemester 2010

67) Unter den Modellvoraussetzungen des letzten Beispiels (Beispiel 66) soll ein 95% HPD-Bereich für $\theta = \mu_x - \mu_y$ angegeben werden.

68) Zur gleichverteilten Stichprobe $X_i \sim U_{\theta_1,\theta_2}$ mit konjugierter a-priori (bilaterale Pareto) soll ein gemeinsamer 95% HPD-Bereich für (θ_1, θ_2) skizziert werden. Man simuliere eine Stichprobe vom Umfang $n = 20$ und verwende eine geeignete a-priori für die Darstellung des HPD-Bereichs.

69) Für den autoregressiven Prozess $AR(p)$ mit normalverteilten Störungen

$$X_t \;=\; \theta_1 X_{t-1} \;+\; \dots \;+\; \theta_p X_{t-p} \;+\; \epsilon_t$$

und bekannter Varianz $Var(\epsilon) = \sigma^2$ soll der Bayes-Schätzer des Parametervektors $\theta \in \mathbb{R}^p$ für eine normalverteilte a-priori Verteilung $\theta \sim N(m, \Phi)$ angegeben werden.

70) Die (allgemeine) Verlustfunktion für eine Konfidenzregion $C \subset \mathbb{R}^k$ mit Überdeckungswahrscheinlichkeit β sei

$$L(\theta, C) \;=\; vol(C) \;-\; \mathbb{1}_C(\theta).$$

($vol(C)$ bezeichne das k-dim. Lebesgue-Maß.)

Man betrachte das a-posteriori Risiko und folge daraus, daß ein HPD-Bereich die Bayes-Entscheidung unter allen Konfidenzregionen C mit a-posteriori Wahrscheinlichkeit

$$P[\theta \in C|X] \;=\; \beta$$

darstellt. Unter welchen Bedingungen ist ein HPD-Bereich auch die Bayes-Entscheidung unter allen Konfidenzregionen C , also für C mit a-posteriori Wahrscheinlichkeit

$$P[\theta \in C|X] \;\geq\; \beta \;\;?$$

71) Für stetig gleichverteilte Stichprobe $X_i \sim U_{0,\theta}$ mit konjugierter a-priori Pareto-Verteilung soll der Bayes-Test für die
i) einseitige Hypothese $H_0 : \theta \leq \theta_0$ bzw.
ii) beidseitige Hypothese $H_0 : \theta = \theta_0$ gegen $H_1 : \theta \neq \theta_0$
bestimmt werden.

72) Zum linearen Regressionsmodell $X = F\theta + \epsilon$ mit normalverteilten Störungen ϵ gebe man die *Jeffreys*-a-priori für (θ, τ) an und bestimme dazu den Bayes-Schätzer des Regressionsmodells.