

# BAYES - STATISTIK

<http://www.statistik.tuwien.ac.at/lv-guide>

BLATT 2

SOMMERSEMESTER 2010

- 7) Eine erwartungstreue Schätzung erfüllt im allgemeinen das Likelihood-Prinzip nicht. Zu Beispiel 1.2 der Vorlesung soll gezeigt werden, daß der angegebene Schätzer  $S(Z)$  der einzige erwartungstreue bei geometrischer Verteilungsannahme und einer Beobachtung ist.
- 8) Unter den Voraussetzungen von Beispiel 1.3 der Vorlesung berechne man jeweils ein 95% Konfidenzintervall für  $\theta$ , wenn  $X \sim N(\theta, 0.1)$  bzw. eine Mischungsverteilung von  $N(\theta, 0.1)$  und  $N(\theta, 10)$  mit Mischungsgewicht  $p = 0.5$  angenommen wird und eine Beobachtung  $x = 0.4$  vorliegt.  
Hinweis: Das Quantil der Mischverteilung muß numerisch bestimmt werden.
- 9) Der absolute Meßfehler  $X \sim Ex_{\theta}$  sei exponentialverteilt mit ganzzahligem Parameter  $\theta = k \in \mathbb{N}$ . ( $\theta$  kann etwa als Anzahl verwertbarer Faktoren interpretiert werden.) A-priori ist  $\theta \sim P_{\mu}$  Poissonverteilt. Man gebe die a-posteriori Verteilung aus einer Beobachtung von  $X$  an.
- 10) Für eine Stichprobe  $x_1, \dots, x_n$  überlege man sich, daß die Reihenfolge des Up-Dating Algorithmus keinen Einfluß auf die entstehende a-posteriori  $\pi(\cdot | x_1, \dots, x_n)$  haben kann.
- 11) Man formuliere das Bayes-Theorem bzw. den Up-Dating Algorithmus, wenn die Daten  $x_1, \dots, x_n$  stochastisch abhängig sind. Gilt die Aussage aus Bsp. 10 weiterhin?
- 12) Zwei normalverteilte Werte  $x_1 = -0.2, x_2 = 1.7$  werden beobachtet. Es wird  $X \sim N(\theta, 1)$  angenommen und als a-priori Verteilung für den Mittelwert wird  $\theta \sim U_{-1,1}$  gewählt. Man bestimme die a-posteriori Verteilung für  $\theta$  (Skizze).  
Man vergleiche dazu die a-posteriori Verteilung, wenn die beiden Werte korreliert mit  $\rho = 0.6 = \text{cor}(X_1, X_2)$  bzw. mit  $\rho = -0.6$  sind.