BAYES - STATISTIK

http://www.statistik.tuwien.ac.at/lv-guide

Blatt 6	Sommersemester 2012

31) Für den stochastischen Prozeß $Y_t = F(t)$ für die Verteilungsfunktion unter einem Dirichlet-Prozeß als a-priori Verteilung soll die (a-posteriori) Kovarianzstruktur bestimmt werden. Es soll also $cov(F(t_1), F(t_2))$ für $t_1 < t_2$ unter dem a-posteriori Maß α^* berechnet werden. Die Kovarianz läßt sich mit der Mittelwertfunktion $F_{\alpha^*}(t)$ darstellen.

32) Für das Modell aus Beispiel 30 soll die a-posteriori Kovarianzstruktur angegeben werden. Für welche Werte von t_1 bzw. t_2 wird die Kovarianz maximal?

33) Die folgenden Werte folgen einer Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$.

12.96 12.10 6.36 10.08 18.80 7.38 11.83 24.02 2.31 11.42

Man verwende jeweils eine nicht-informative a-priori Verteilung für $\theta = \mu$ und $\theta = \sigma^2$ und bestimme die entsprechenden a-posteriori Verteilungen.

34) Das vorige Beispiel soll unter der Annahme eine Cauchy-Verteilung $C_{\mu,\sigma}$ für die Daten wiederholt werden. Man bestimme wieder (numerisch) die a-posteriori Dichte (Skizze).

35) Die Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$ stamme von einer Poissonverteilung $X_i \sim P_\theta$. Man bestimme die *Jeffreys*-a-priori für θ.

36) Die Daten bilden eine bivariate Normalverteilungsstichprobe (X_i, Y_i) mit unbekannter Korrelation $\theta = \rho_{X,Y}$ und bekannten Mittelwerten und Varianzen (etwa $\mu_X = \mu_Y = 0$ und $\sigma_X = \sigma_Y = 1$).

i) Welche a-priori Verteilung ist konjugiert zu $\theta = \rho_{X,Y}$?

ii) Man bestimme die Jeffreys-a-priori für θ.