13) Die Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$ von Lebensdauern stammt von einer *Erlangverteilung*, die Dichte ist

$$f(x) \;=\; \frac{\theta^N}{(N-1)!} x^{N-1} e^{-\theta x} \qquad \text{für} \;\; x > 0 \;;\; \theta > 0.$$

Man entwickle eine konjugierte a-priori Verteilung für θ, wenn N fest ist.

14) Für eine *Beta-verteilte* Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$ mit $X_i \sim Be(1, \theta)$ gebe man die konjugierte a-priori Verteilung für θ an.

15) Die Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$ stamme von einer (einparametrigen) *Pareto-Verteilung* mit Verteilungsfunktion

$$F(x) \;=\; 1 \;-\; \frac{1}{x^\theta} \qquad \text{für} \;\; x > 1 \;;\; \theta > 0$$

Es soll gezeigt werden, daß die Gammaverteilungen zu diesem Modell konjugierte a-priori Verteilungen ergeben.

16) Die Daten

1.7 2.8 1.1 4.0 1.4

sind Beobachtungen einer Pareto-Verteilung gemäß Beispiel 15. Als a-priori Verteilungen werden $\gamma(2,1)$, $\gamma(1,1)$ und $\gamma(4,2)$ eingesetzt.
Man berechne die a-posteriori einzeln für jede der 3 Gammaverteilungen.

17) Unter den Voraussetzungen von Beispiel 16 soll die a-posteriori Dichte bestimmt werden, wenn eine Mischungsverteilung aus den 3 Gammaverteilungen mit Mischungsgewichten $p_i = 1/3$ verwendet wird.

18) Man zeige, daß auch für den zweiten Parameter $\eta > 0$ einer (zweiparametrigen) *Pareto-Verteilung* mit Verteilungsfunktion,

$$F(x) \;=\; 1 \;-\; \frac{\eta^\theta}{x^\theta} \qquad \text{für} \;\; x > \eta > 0 \;,$$

eine konjugierte a-priori Verteilung existiert. Man bestimme die gemeinsame konjugierte a-priori für (θ, η).