

# BAYES - STATISTIK

<http://www.statistik.tuwien.ac.at/lv-guide>

BLATT 12

SOMMERSEMESTER 2014

67) Unter den Modellvoraussetzungen des letzten Beispiels (Beispiel 66) soll ein 95% HPD-Bereich für  $\theta = \mu_x - \mu_y$  angegeben werden.

68) Zur gleichverteilten Stichprobe  $X_i \sim U_{\theta_1, \theta_2}$  mit konjugierter a-priori (bilaterale Pareto) soll ein gemeinsamer 95% HPD-Bereich für  $(\theta_1, \theta_2)$  skizziert werden. Man simuliere eine Stichprobe vom Umfang  $n = 20$  und verwende eine geeignete a-priori für die Darstellung des HPD-Bereichs.

69) Für den autoregressiven Prozess  $AR(p)$  mit normalverteilten Störungen

$$X_t = \theta_1 X_{t-1} + \dots + \theta_p X_{t-p} + \epsilon_t$$

und bekannter Varianz  $Var(\epsilon) = \sigma^2$  soll der Bayes-Schätzer des Parametervektors  $\theta \in \mathbb{R}^p$  für eine normalverteilte a-priori Verteilung  $\theta \sim N(m, \Phi)$  angegeben werden.

70) Die (allgemeine) Verlustfunktion für eine Konfidenzregion  $C \subset \mathbb{R}^k$  mit Überdeckungswahrscheinlichkeit  $\beta$  sei

$$L(\theta, C) = vol(C) - \mathbb{1}_C(\theta).$$

( $vol(C)$  bezeichne das  $k$ -dim. Lebesgue-Maß.)

Man betrachte das a-posteriori Risiko und folge daraus, daß ein HPD-Bereich die Bayes-Entscheidung unter allen Konfidenzregionen  $C$  mit a-posteriori Wahrscheinlichkeit

$$P[\theta \in C|X] = \beta$$

darstellt. Unter welchen Bedingungen ist ein HPD-Bereich auch die Bayes-Entscheidung unter allen Konfidenzregionen  $C$ , also für  $C$  mit a-posteriori Wahrscheinlichkeit

$$P[\theta \in C|X] \geq \beta ?$$

71) Für stetig gleichverteilte Stichprobe  $X_i \sim U_{0, \theta}$  mit konjugierter a-priori Pareto-Verteilung soll der Bayes-Test für die

i) einseitige Hypothese  $H_0 : \theta \leq \theta_0$  bzw.

ii) beidseitige Hypothese  $H_0 : \theta = \theta_0$  gegen  $H_1 : \theta \neq \theta_0$  bestimmt werden.

72) Zum linearen Regressionsmodell  $X = F\theta + \epsilon$  mit normalverteilten Störungen  $\epsilon$  gebe man die *Jeffreys*-a-priori für  $(\theta, \tau)$  an und bestimme dazu den Bayes-Schätzer des Regressionsmodells.