BAYES - STATISTIK

http://www.statistik.tuwien.ac.at/lv-guide

Blatt 2	Sommersemester 2015

7) Eine erwartungstreue Schätzung erfüllt im allgemeinen das Likelihood-Prinzip nicht. Zu Beispiel 1.2 der Vorlesung soll gezeigt werden, daß der angegebene Schätzer $S(Z)$ der einzige erwartungstreue bei geometrischer Verteilungsannahme und einer Beobachtung ist.

8) Unter den Voraussetzungen von Beispiel 1.3 der Vorlesung berechne man jeweils ein 95% Konfidenzintervall für θ, wenn $X \sim N(\theta, 0.1)$ bzw. eine Mischungsverteilung von $N(\theta, 0.1)$ und $N(\theta, 10)$ mit Mischungsgewicht $p = 0.5$ angenommen wird und eine Beobachtung $x = 0.4$ vorliegt.
Hinweis: Das Quantil der Mischverteilung muß numerisch bestimmt werden.

9) Der absolute Meßfehler $X \sim Ex_\theta$ sei exponentialverteilt mit ganzzahligem Parameter $\theta = k \in \mathbb{N}$. ($\theta$ kann etwa als Anzahl verwertbarer Faktoren interpretiert werden.) A-priori ist $\theta \sim P_\mu$ Poissonverteilt. Man gebe die a-posteriori Verteilung aus einer Beobachtung von X an.

10) Für eine Stichprobe $x_1, \ldots, x_n$ überlege man sich, daß die Reihenfolge des Up-Dating Algorithmus keinen Einfluß auf die entstehende a-posteriori $\pi(.|x_1, \ldots, x_n)$ haben kann.

11) Man formuliere das Bayes-Theorem bzw. den Up-Dating Algorithmus, wenn die Daten $x_1, \ldots, x_n$ stochastisch abhängig sind. Gilt die Aussage aus Bsp. 10 weiterhin?

12) Zwei normalverteilte Werte $x_1 = -0.2, x_2 = 1.7$ werden beobachtet. Es wird $X \sim N(\theta, 1)$ angenommen und als a-priori Verteilung für den Mittelwert wird $\theta \sim U_{-1,1}$ gewählt. Man bestimme die a-posteriori Verteilung für θ (Skizze).
Man vergleiche dazu die a-posteriori Verteilung, wenn die beiden Werte korreliert mit $\rho = 0.6 = cor(X_1, X_2)$ bzw. mit $\rho = -0.6$ sind.