

BAYES - STATISTIK

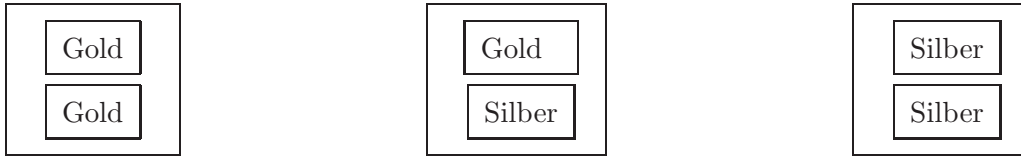
<http://mstoch.tuwien.ac.at/lv-guide>

BLATT 1

SOMMERSEMESTER 2019

1) BERTRAND'S BOX PARADOXON

3 Kästchen mit je 2 Laden enthalten in jeder Lade eine Gold- oder Silbermünze:



Jemand wählt zufällig ein Kästchen, öffnet eine Lade und findet eine Silbermünze.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß in der anderen Lade dieses Kästchens eine Goldmünze ist?

2) Insgesamt haben n Personen eine Einladung zu einer Geburtstagsfeier, die offiziell um 12h beginnt (Zeitpunkt 0). Die Ankunftszeiten (nach 12h) der geladenen Gäste sind exponentialverteilt mit Mittel 1. Die Ankunftszeit des Jubilars ist stetig gleichverteilt zwischen 12h und 13h.

a) Man gebe eine Darstellung für die Wahrscheinlichkeit, daß genau k Gäste bereits anwesend sind, wenn der Jubilar eintrifft.

b) Man berechne die erwartete Anzahl der Gäste, die vor dem Jubilar eintreffen.

3) Pro Tag kommen N Personen in ein Geschäft. N folgt einer Poissonverteilung mit Parameter μ , $N \sim P_\mu$. Mit Wahrscheinlichkeit p kauft ein Besucher etwas. Man bestimme die Punktwahrscheinlichkeit $P[X = k]$ für die stochastische Größe X , die Anzahl der Kunden, die etwas kaufen.

4) Man bestimme alle *gedächtnislosen* Verteilungen, d.s. Verteilung, die

$$P[X > s + t | X > t] = P[X > s],$$

für beliebige $s, t > 0$ erfüllen.

5) Für stochastische Größen X, Y mit existierenden Varianzen zeige man

$$\text{Var}(X) = \mathbb{E}[\text{Var}(X|Y)] + \text{Var}(\mathbb{E}[X|Y]).$$

6) Die gemeinsame Dichte von X, Y sei

$$f(x, y) = \begin{cases} 6xy(2 - x - y) & \text{für } 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Man bestimme die bedingte Erwartung von X , wenn $Y = y$. (Regressionsfunktion)