

BAYES - STATISTIK

<http://mstoch.tuwien.ac.at/lv-guide>

BLATT 3

SOMMERSEMESTER 2019

- 13) Die Stichprobe X_1, \dots, X_n von Lebensdauern stammt von einer *Erlangverteilung*, die Dichte ist

$$f(x) = \frac{\theta^N}{(N-1)!} x^{N-1} e^{-\theta x} \quad \text{für } x > 0; \theta > 0.$$

Man entwickle eine konjugierte a-priori Verteilung für θ , wenn N fest ist.

- 14) Für eine *Beta-verteilte* Stichprobe X_1, \dots, X_n mit $X_i \sim Be(1, \theta)$ gebe man die konjugierte a-priori Verteilung für θ an.

- 15) Die Stichprobe X_1, \dots, X_n stamme von einer (einparametrischen) *Pareto-Verteilung* mit Verteilungsfunktion

$$F(x) = 1 - \frac{1}{x^\theta} \quad \text{für } x > 1; \theta > 0$$

Es soll gezeigt werden, daß die Gammaverteilungen zu diesem Modell konjugierte a-priori Verteilungen ergeben.

- 16) Die Daten

1.7 2.8 1.1 4.0 1.4

sind Beobachtungen einer Pareto-Verteilung gemäß Beispiel 15. Als a-priori Verteilungen werden $\gamma(2, 1)$, $\gamma(1, 1)$ und $\gamma(4, 2)$ eingesetzt.

Man berechne die a-posteriori einzeln für jede der 3 Gammaverteilungen.

- 17) Unter den Voraussetzungen von Beispiel 16 soll die a-posteriori Dichte bestimmt werden, wenn eine Mischungsverteilung aus den 3 Gammaverteilungen mit Mischungsgewichten $p_i = 1/3$ verwendet wird.

- 18) Man zeige, daß auch für den zweiten Parameter $\eta > 0$ einer (zweiparametrischen) *Pareto-Verteilung* mit Verteilungsfunktion,

$$F(x) = 1 - \frac{\eta^\theta}{x^\theta} \quad \text{für } x > \eta > 0,$$

eine konjugierte a-priori Verteilung existiert. Man bestimme die gemeinsame konjugierte a-priori für (θ, η) .