

BAYES - STATISTIK

<http://mstoch.tuwien.ac.at/lv-guide>

BLATT 5

SOMMERSEMESTER 2019

- 25) Die folgenden Beobachtungen sind normalverteilt

5.1 4.2 0.4 3.7 3.3 2.6 .

Mittel μ und Präzision $\tau = 1/\sigma^2$ sind a-priori $NG(2, 1, 0.5, 1)$ verteilt. Man bestimme die a-posteriori Verteilung von $\theta = (\mu, \tau)$. Man stelle die Konturlinien der a-posteriori Dichte von θ dar.

- 26) Es soll die a-posteriori Verteilung und der Erwartungswert der Varianz σ^2 zu Beispiel 25 bestimmt werden.

- 27) Die Datenverteilung entspreche einer eingeschränkten Normalverteilung (*truncated normal*) der Form

$$f(x|\theta) \propto e^{-(x-\theta)^2/2} \mathbb{I}_{(\theta-c, \theta+c)}(x)$$

mit festem c .

- i) Man finde suffiziente Statistiken für θ ,
ii) man gebe eine konjugierte a-priori für θ und den Up-Dating Algorithmus an.
- 28) Man gebe Beispiele für parametrisierte Modellverteilungen, zu denen keine konjugierte Familie von a-priori Verteilungen existieren.
- 29) Wie in der vorigen Aufgabe sollen Modellverteilungen mit mehrdimensionalem Parameter ohne konjugierte Familie gefunden werden. Dazu gebe man ein Beispiel einer Modellverteilung mit zweidimensionalem Parameter, von denen ein Parameter eine konjugierte Familie besitzt, der andere Parameter aber nicht.
- 30) Für die folgenden Beobachtungen soll ein nichtparametrischer Ansatz verwendet werden:

1.1 1.1 -1.0 5.5 3.5 9.6 -1.2 10.0 -98.1 0.1 6.1 0.0
-4.0 1.6 -9.2 -9.7 7.2 -0.2 -2.2 -1.5 0.0 32.0 10.0 11.3

Das a-priori Maß α des Dirichlet-Prozesses hat die Dichte

$$f_\alpha(t) = F'_\alpha(t) = \frac{1}{2}e^{-|t|}$$

und Gewicht $\omega = 1$. Man bestimme die Mittelwertfunktion des a-posteriori Dirichlet-Prozesses $F_{\alpha^*}(t)$ (entspricht dem Bayes-Schätzer der Verteilungsfunktion) und das a-posteriori Maß α^* (Skizze).