6. Übung aus Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie
SS 2013

1. Geben Sie ein geeignetes Ω an, um damit die Ergebnisse von $2\,n$ Würfen mit einem fairen Würfel darzustellen.
   Schreiben Sie das Ereignis B_n, dass genau die Hälfte der $2\,n$ Würfe auf „ 6“ endet formal richtig als Teilmenge von Ω an.
   Berechnen Sie $P(B_n)$, und zeigen Sie $P(\limsup_n B_n) = 0$.

2. Man berechne die Wahrscheinlichkeit, dass bei 6 aus 45 die maximale gezogene Zahl gerade i ($i = 6, \ldots, 45$) ist.

3. Durch fortwährendes Würfeln kann man eine Ziffernfolge $(x_1, x_2, \ldots)$ aus den Ziffern $\{0, 1, 2\}$ erzeugen, indem man etwa die Augenzahl mod 3 nimmt, d.h. x_n ist gerade dann 0, wenn man 3 oder 6 würfelt.
   (a) Man berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis C_n, dass während der ersten n Würfe keine 1 erzeugt wird.
   (b) Man beschreibe das Ereignis C, dass nie eine 1 erzeugt wird durch die Ereignisse C_n und berechne seine Wahrscheinlichkeit.
   (c) Man bestimme die Mächtigkeit von C.

4. Man berechne die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Bridgespiel (52 Karten, 4 Spieler, 4 Farben) mindestens 1 Spieler alle Karten einer Farbe hat.

5. Systemspieler A wählt beim Lotto „*6 aus 45*“ 15 der 45 Zahlen aus und spielt sämtliche Tipps, die mit diesen 15 Zahlen gebildet werden können. Wieviele Tipps spielt er?
   Er denkt, dass er die Gewinnwahrscheinlichkeit, also die Wahrscheinlichkeit mindestens einen „*Dreier*“ zu gewinnen, berechnen kann, indem er die Zahlen $\{1, \ldots, 45\}$ in jene 15 aufteilt, die er ausgewählt hat und in die 30 restlichen. Doch sein Freund B, ebenfalls leidenschaftlicher Lottospieler, meint, dass man zwischen den 6 Gewinnzahlen und den 39 anderen unterscheiden müsse. Wer hat recht, oder sind beide Ansätze richtig? Kann man im letzteren Fall eine allgemeine Beziehung zwischen den beiden Ansätzen herleiten?

6. Wie viele Möglichkeiten gibt es $k \in \mathbb{N}$ als Summe von n strikt positiven Summanden $r_i > 0$ darzustellen?

7. Auf $n+m$ Stellen sind n „ 0-en“ und m „ 1-en“ in zufälliger Reihenfolge angeordnet. Man berechne die Wahrscheinlichkeit, dass dabei genau r Serien von aufeinanderfolgenden „ 0-en“ und s Serien von aufeinanderfolgenden „ 1-en“ auftreten.

   Hinweis: Denken Sie an Bsp. 6.