

7. Übung Wahrscheinlichkeit und stochastische Prozesse

1. Die Übergangsmatrix einer Markovkette mit 3 Zuständen ist

$$P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die n -stufigen Übergangsmatrizen und ihren Grenzwert für $n \rightarrow \infty$.

2. In Level 1 eines (zugegebenermaßen nicht sehr spannenden) Computerspiels sitzt Supermorio zu Beginn in einer Höhle. Außer der Höhle gibt es auf diesem Level noch das Schloss. Supermorio bewegt sich zufällig zwischen diesen beiden Orten hin und her und kann außerdem sterben oder in den nächsten Level aufsteigen. Die Übergangswahrscheinlichkeiten sind wie folgt:

	Höhle	Schloss	Tod	Aufsteigen
Höhle	0	0.7	0.2	0.1
Schloss	0.6	0	0.1	0.3

Bei jedem Besuch in der Höhle findet Supermorio zwei Goldstücke, bei jedem Besuch im Schloss 5.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Supermorio den nächsten Level erreicht?

3. Fortsetzung: wie lange bleibt Supermorio im Mittel in diesem Level?
4. Fortsetzung: wie viele Goldmünzen hat Supermorio im Mittel, wenn er aufsteigt?
5. Fortsetzung zum Münzwurfspiel: Wie oft während des Spiels ist im Mittel das Kapital von Spieler A genauso hoch wie am Anfang?
6. X_1, \dots, X_n ist eine Stichprobe einer Verteilung mit der Dichte

$$f(x, \theta) = \theta x^{\theta-1} [0 \leq x \leq 1].$$

Bestimmen Sie den Momentenschätzer.

7. Fortsetzung: Bestimmen Sie den Maximum Likelihood Schätzer.