

5. Übung Ausgewählte Kapitel SS14

1. Zeigen Sie für das eindimensionale Isingmodell $(\xi, -N \leq i \leq N)$ mit den Randbedingungen $\xi_{-N-1} = \xi_{N+1} = +1$

$$\mathbb{E}(\xi_i) = \frac{\tanh(2\beta)^{N+i} + \tanh(2\beta)^{N-i}}{1 + \tanh(2\beta)^{2N}}$$

und

$$\mathbb{E}(\xi_i \xi_j) = \frac{\tanh(2\beta)^{|i-j|} + \tanh(2\beta)^{2N-|i-j|}}{1 + \tanh(2\beta)^{2N}}.$$

Das geht wahlweise mit Pfadzählen oder mit Transfermatrizen. Bestimmen sie die Grenzwerte für $N \rightarrow \infty$ und die Korrelationslänge

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{-i}{\log(\mathbf{Cov}^+(\xi(0), \xi(i)))}.$$

2. Bestimmen Sie $\mathbb{E}(\xi(0))$ unter denselben Voraussetzungen wie vorher mit äußerem Feld h , also

$$H(x) = -2 \sum_{i=-N-1}^N x_i x_{i+1} - h \sum_{i=-N}^N x_i.$$

Hier empfiehlt sich die Transfermatrixmethode.