

12. Übung aus Informations- und Codierungstheorie SS 2016

1. Man zeige, dass $R^I(D)$ nicht größer werden kann, wenn man den Wertebereich von \hat{X} um ein zusätzliches Symbol z erweitert.
2. Man berechne $R^I(D)$ für $X \sim B_{\frac{1}{2}}$ und $d(x, \hat{x}) := \begin{cases} 0, & x = \hat{x} \\ 1, & x = 1, \hat{x} = 0 \\ \infty, & x = 0, \hat{x} = 1. \end{cases}$
3. Man berechne $R^I(D)$ für $X \sim B_{\frac{1}{2}}$ und $d(x, \hat{x}) := \begin{cases} 0, & x = \hat{x}, \\ 1, & \hat{x} = e, \\ \infty, & \hat{x} = 1 - x. \end{cases}$
4. Man beweise, dass für beliebige nichtnegative Zahlen d_1, \dots, d_m und $\mathcal{P}_D := \{P = (p_1, \dots, p_m) : 0 \leq p_i \leq 1, \sum_{i=1}^m p_i = 1, \sum_{i=1}^m p_i d_i \leq D\}$ die Funktion $\phi(D) := \max_{P \in \mathcal{P}_D} H(P)$ monoton wachsend und konkav ist
5. Man beweise, dass für jede Quelle X mit den Symbolen x_1, \dots, x_m und einer distortion-Funktion d , bei der für jedes \hat{x}_j die Werte $d(x_i, \hat{x}_j)$ eine Permutation der Zahlen d_1, \dots, d_m sind, unter Verwendung der im vorigen Beispiel definierten Funktion ϕ gilt

$$R^I(D) \geq H(X) - \phi(D).$$