

7. Übung Informationstheorie SS18

1. Die folgende Nachricht ist mit einem Substitutionscode verschlüsselt:

QLIYIXHZOQIHLYPHJLZKPHCVHVMJGZMIJ

Versuchen Sie, sie zu dechiffrieren.

2. Die Hammingkugel

$$B_l(x, r) = \{y \in \{0, 1\}^l : d_H(x, y) \leq r\}$$

besteht aus allen Worten, die von x Hammingdistanz $\leq r$ haben. Bestimmen Sie $|B_l(x, r)|$.

3. c sei ein Binärcode mit Wortlänge l und Minimaldistanz $2r + 1$. Zeigen Sie

$$|c| \leq \frac{2^l}{|B_l(0, r)|}.$$

Codes, für die hier Gleichheit gilt, heißen perfekt.

4. Wir erzeugen aus einem Code c mit Wortlänge l einen neuen Code c' mit Wortlänge $l + 1$, indem wir ein Paritätsbit hinzufügen: aus dem Codewort

$$x = x_1 \dots x_l$$

wird

$$x' = x_1 \dots x_l x_{l+1}$$

mit

$$x_{l+1} = \sum_{i=1}^l x_i \pmod{2}.$$

Zeigen Sie

$$d(c) \leq d(c') \leq d(c) + 1,$$

und wenn $d(c)$ ungerade ist, dann gilt auf der rechten Seite Gleichheit.

5. $n(l, d)$ sei die maximale Mächtigkeit eines Binärcodes mit Wortlänge l und Minimaldistanz d . Zeigen Sie

$$n(l, d) \leq n(l + 1, d) \leq 2n(l, d).$$

(Betrachten Sie die Wörter mit letzter Stelle 0 bzw. 1)

6. Bestimmen Sie möglichst große Codes mit Minimaldistanz $d = 3$ und Wortlänge $l = 4, 5, 6, 7$.