1. Übung Höhere Wahrscheinlichkeitstheorie

1. Bestimmen Sie ein invariantes Maß μ auf der multiplikativen Gruppe der positiven reellen Zahlen (d.h. für jede Borelmenge A und jedes $c > 0$ soll $\mu(cA) = \mu(A)$ sein; nehmen Sie hier und in den nächsten Beispielen wie in der Vorlesung an, dass die jeweiligen Maße absolutstetig bezüglich des Lebesguemaßes sind; bei nichtkommutativen Gruppen kann man zwischen links- ($\mu(cA) = \mu(A)$) und rechtsinvarianten Maßen ($\mu(Ac) = \mu(A)$) unterscheiden).

2. Bestimmen Sie ein linksinvariantes Maß auf der Gruppe der regulären $n \times n$-Matrizen.

3. Bestimmen Sie ein linksinvariantes Maß auf der Gruppe der Matrizen der Form
$$\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
mit $x > 0, y \in \mathbb{R}$.

4. Bestimmen Sie ein rechtsinvariantes Maß auf der Gruppe der Matrizen der Form
$$\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
mit $x > 0, y \in \mathbb{R}$.

5. Zeigen Sie, dass in der *co-abzählbaren* Topologie
$$\mathcal{T} = \{\emptyset\} \cup \{A^C : A \subset X, |A| \leq \aleph_0\}$$
jede Funktion folgenstetig ist, aber eine stetige reellwertige Funktion konstant sein muss (dieses Beispiel ist etwas einfacher als das aus der Vorlesung, aber nicht Hausdorff).

6. Zeigen Sie, dass aus der Stetigkeit einer Funktion ihre Folgenstetigkeit folgt.