7.Übung Höhere Wahrscheinlichkeitstheorie WS18

1. Ein alternatives Modell für die Brownsche Bewegung: bestimmen Sie die Kovarianzfunktion $R(s,t)$ von

$$X(t) = \int_0^t U(s)ds,$$

wobei U ein stationäre Ornstein-Uhlenbeck Prozess mit der Kovarianzfunktion

$$\tilde{R}(s,t) = e^{-c|s-t|}$$

ist.

2. Bestimmen Sie im vorigen Beispiel den Grenzwert von $R(s,t)/R(1,1)$ für $c \to 1$.

3. Zeigen Sie, dass der Ornstein-Uhlenbeck Prozess der einzige stationäre Gauss'sche Markovprozess ist (abgesehen von einem Prozess mit unabhängigen Werten, der aber als Grenzfall für $c \to \infty$ erhalten werden kann; für $s < t$ kann man ein a finden, sodass $Y = X(t) - aX(s)$ und $X(s)$ unkorreliert und daher — es handelt sich ja um einen Gaussprozess — unabhängig sind. Wegen der Markoveigenschaft sind dann auch Y und $X(u)$ für $u < s$ unabhängig).