Höhere WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE

http://mstoch.tuwien.ac.at/lv-guide VO: K. Felsenstein / Z. Saffer WS 2019

ÜBUNGSBLATT 10

45) HMM-II. - Eine variable Fabrik
Betrachten wir das Beispiel „variable Fabrik“ von Übung „HMM - I“. Ihr HMM-Model wird in Abbildung 1 gezeigt.

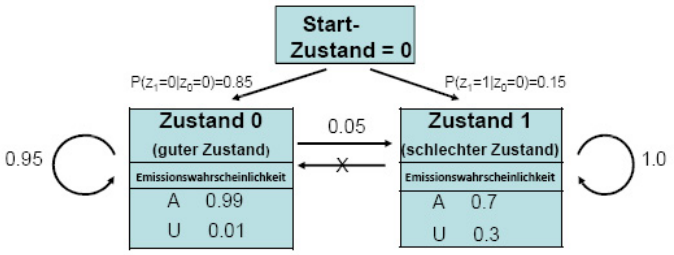

Abbildung 1: HMM-Modell einer variablen Fabrik

Bestimmen Sie die höchstwahrscheinlichste Zustandsfolge der Fabrik, wenn die Folge von beobachteten Artikeln (A,U,A) ist.

46) HMM-II. - Ein paläontologisches Temperaturmodell

Betrachten wir das Beispiel „paläontologisches Temperaturmodell“ von Übung „HMM - I“. Ihr HMM-Model wird in Abbildung 2 gezeigt.

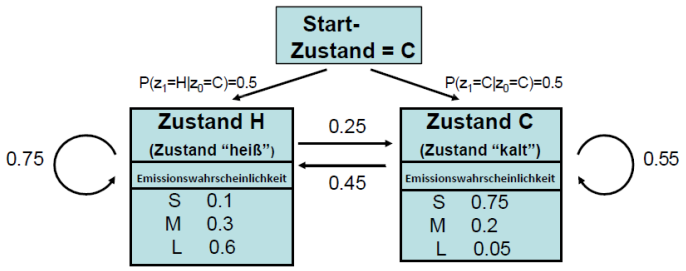

Abbildung 2: HMM-Modell eines paläontologischen Temperaturmodells

Bestimmen Sie die höchstwahrscheinlichste jährliche Durchschnittstemperaturen in den vergangenen Jahren, wenn die Folge von Baumringgrößen (S,M,M,L) beobachtet wurden.

47) EM-Algorithmus - MLE Schätzung der Parameters der $HE_n(\mathbf{p}, \boldsymbol{\lambda})$

Die Abbildung 3 zeigt das Zustandsdiagramm der Hyper_Erlang Verteilung $HE_n(\mathbf{p}, \boldsymbol{\lambda})$.

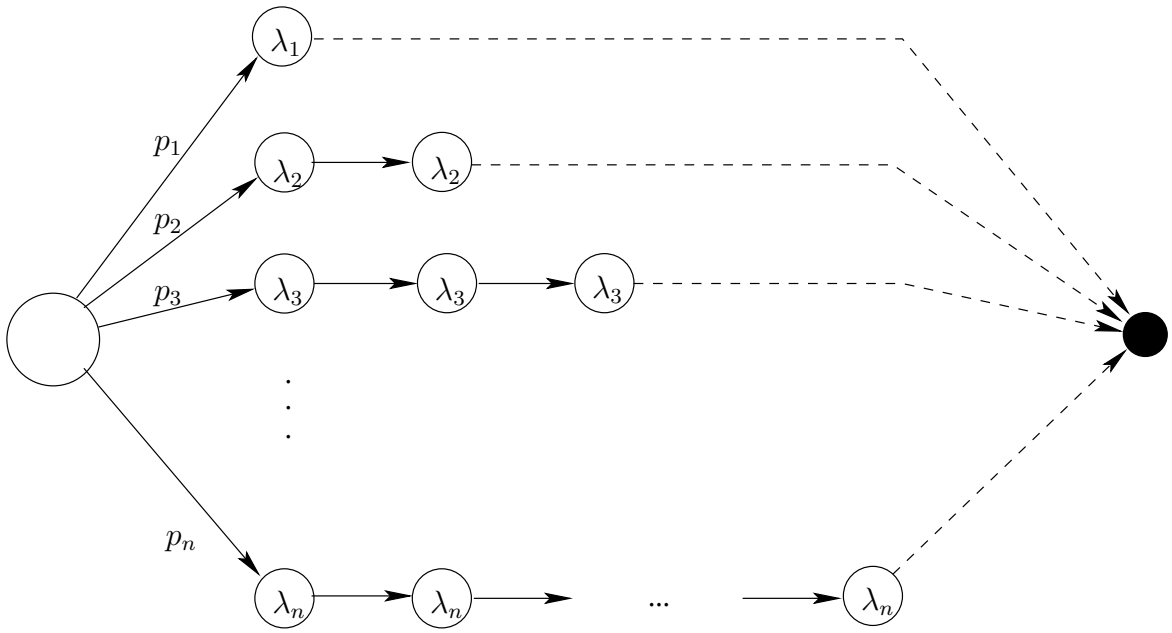

Abbildung 3: Hyper-Erlang distribution

Daher wird die Dichte der Verteilung $HE_n(\mathbf{p}, \boldsymbol{\lambda})$ gegeben als

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i f_i(x), \text{ where } f_i(x) = \frac{\lambda_i^{r_i} x^{r_i - 1}}{(r_i - 1)!} e^{-\lambda_i x} \text{ the pdf of the i-th Erlang branch.}$$

Zeigen Sie, daß die Schritte des EM-Algorithmus für die MLE Schätzung der Parameters $\mathbf{p}$ und $\boldsymbol{\lambda}$ können angegeben werden als

E-Schritt: $(\mathbf{p}, \boldsymbol{\lambda}) \;\Rightarrow\; q_i(x_t)$, für $i = 1, \ldots, n, \quad t = 1, \ldots, T$, wobei

$$q_i(x_t) = \frac{p_i f_i(x_t)}{\sum_{i=1}^{n} p_i f_i(x)} = P(z_t = i | x_t, \mathbf{p}, \boldsymbol{\lambda}).$$

M-Schritt: $(q_i(x_t),$ für $i = 1, \ldots, n, \quad t = 1, \ldots, T) \;\Rightarrow\; \mathbf{p}, \boldsymbol{\lambda}$

$$p_i = \frac{\sum_{t=1}^{T} q_i(x_t)}{\sum_{t=1}^{T} 1}, \quad i = 1, \ldots, n.$$

$$\lambda_i = \frac{r_i \sum_{t=1}^{T} q_i(x_t)}{\sum_{t=1}^{T} x_t}, \quad i = 1, \ldots, n.$$