TH. INF. ÜBUNGSBEISPIELE
LOGIK / AUTOMATISCHES BEWEISEN

1. WELCHE DER FOLGENDEN SÄTZE SIND ALLGEMEINGÜLTIG UND WARUM

   a) $(A \supset B) \vee (B \supset C)$

   b) $(A \supset (B \vee C)) \supset (A \supset B) \wedge (A \supset C)$

   c) $\neg((A \supset B) \wedge (T \supset C) \wedge (C \wedge B \supset A) \wedge (T \supset B) \wedge (A \wedge C \supset D)$
   $\wedge (D \supset E) \wedge (E \supset F) \wedge (F \supset \neg T)$
   (T IST LOGISCHE KONSTANTE FÜR "WAHR")

2. WELCHE DER FOLGENDEN SÄTZE SIND ALLGEMEINGÜLTIG UND WARUM

   a) $\exists x (\forall y A(y) \supset A(x))$

   b) $\exists x (A(x) \supset \forall y A(y))$

   c) $\forall x \exists y P(x,y) \supset \exists y \forall x P(x,y)$

   d) $\exists x \forall y P(x,y) \supset \forall y \exists x P(x,y))$

A

(3) LEITEN SIE IN LK AB

(a) $A \wedge B \rightarrow A \supset B$

(b) $\neg(A \supset B) \rightarrow A \wedge \neg B$

(c) $(A \supset B) \rightarrow (A \supset C) \vee (C \supset B)$

(4) LEITEN SIE IM LK AB

(a) $\exists x A(x) \rightarrow \forall x \neg A(x) \supset B$

(b) $\exists x A(x) \supset B \rightarrow \forall x (A(x) \supset B)$

(c) $\rightarrow \exists x \forall y (A(x) \supset A(y))$

(d) $\exists x \forall y B(x,y) \rightarrow \exists x B(x, f(x))$

(5) LEITEN SIE IM LK $\neg \forall x \exists y B(x,y) \rightarrow \neg \forall x \exists y B(x,y)$
AUS $B(a,b) \rightarrow B(a,b)$ OHNE VERWENDUNG
DER SCHNITTREGEL HER

(6) ZEIGEN SIE

$$\forall x (\neg x < x) \wedge \forall x \forall y \forall z ((x < y \wedge y < z) \supset x < z) \wedge \forall x (x < s(x))$$

IST IN KEINER ENDLICHEN STRUKTUR REALISIERBAR

(B)

(7) BESTIMME EINE HERBRAND-DISJUNKTION VON

$B_1 \quad \forall x \exists y (A(x) \supset A(y))$

(8) BESTIMME EINE HERBRAND-DISJUNKTION VON

$B_2 \quad \exists y \forall x (A(x) \supset A(y))$

(9) ZEIGE $\quad B_1 \leftrightarrow B_2$

(10) FORMALISIEREN SIE FOLGENDE AUSSAGE
UND ZEIGEN SIE DASS SIE WAHR IST

JEDE PACKUNG VON EIERN ENTHÄLT EIN PRÜFEI
SODASS ALLE EIER IN DER PACKUNG IN ORDNUNG
SIND WENN DIESES EI IN ORDNUNG IST

(11) UNIFIZIEREN SIE FOLGENDE TERMPAARE ODER
ZEIGEN SIE, DASS KEINE UNIFIKATION MÖGLICH IST

(a) $f(h(x), g(u), h(v)) \quad f(u, v, w)$

(b) $f(h(x)\ g(u), h(v)) \quad f(u, v, u)$

(c) $h(s(x), x) \quad h(y, s(y))$

(12) WELCHER TERM MUSS FÜR * STEHEN DAMIT
FOLGENDE TERME UNIFIZIERBAR SIND

$f(x, y, g(*)) \quad f(h(c), h(x), g(y))$

C

(13) BEWEISEN SIE DIE GÜLTIGEN SÄTZE VON (1) MITTELS RESOLUTION

(14) BEWEISEN SIE DIE GÜLTIGEN SÄTZE VON (2) MITTELS RESOLUTION

(15) WIDERLEGEN SIE MIT AUSSAGENLOGISCHER RESOLUTION

$\{\neg P, Q, R\}\ \{P, Q\}\ \{\neg R, Q\}\ \{\neg Q\}$

(16) ENTSCHEIDEN SIE DIE GÜLTIGKEIT FOLGENDER SÄTZE MITTELS RESOLUTION

(a) $\forall x \exists y \forall u \exists w\, P(x,y,u,w) \supset \exists y \forall x \exists w \forall u\, P(x,y,u,w)$

(b) $\exists y \forall x \exists w \forall u\, P(x,y,u,w) \supset \forall x \exists y \forall u \exists w\, P(x,y,u,w)$

(c) $\forall x \exists y \forall u \exists w\, P(x,y,u,w) \supset \forall x \forall u \exists y \exists w\, P(x,y,u,w)$

(17) WIDERLEGEN SIE MIT PRÄDIKATENLOGISCHER RESOLUTION

(a) $\{P(0)\}\ \{\neg P(x), P(s(x))\}\ \{\neg P(s(0))\}$

(b) $\{P(0)\}\ \{\neg P(x), P(s(x))\}\ \{\neg P(s(s(0)))\}$

D

(18) SEI $\mathcal{C}$ EINE KLAUSELMENGE MIT $\leq n$ VARIABLEN MIT MAXIMALER TERMTIEFE $\leq d$ DIE IN $\leq k$ RESOLUTIONSSCHRITTEN WIDERLEGBAR IST

ZEIGEN SIE ALLE TERME IN DIESER RESOLUTIONSWIDERLEGUNG HABEN TIEFE $\leq d \cdot 2^{nk}$

(19) BEWEISE $(A_1 \wedge \wedge A_n) \supset (A_1 \wedge \wedge A_n)$ MITTELS RESOLUTIONSMETHODE UND ZEIGE DASS $\geq n$ SCHRITTE NÖTIG SIND

(20) SEI $\mathcal{C}$ EINE KLAUSENMENGE IN $X_1 .. X_n$

EINE GESÄTTIGTE KLAUSE ENTHÄLT X_i ODER $\neg X_i$ $1 \leq i \leq n$ ABER NICHT BEIDE

SEI $E(\mathcal{C})$ DIE MENGE DER GESÄTTIGTEN KLAUSEN C^* SODASS $C \subseteq C^*$ FÜR WENIGSTENS EIN $C \in \mathcal{C}$

ZEIGEN SIE $\mathcal{C}$ IST MIT RESOLUTION WIDERLEGBAR

$\Updownarrow$

$E(\mathcal{C})$ ENTHÄLT ALLE MÖGLICHEN GESÄTTIGTEN KLAUSEN

E