UE Satellitengeodäsie - Übung 2

Aufgabe: 3 – Transformation

Transformation vom geozentrischen Quasi-Inertialsystem in das erdfeste System (Näherung)

Gegeben ist der Ortsvektor eines Satelliten im Quasi-Inertialsystem CIS zum Zeitpunkt 5. April 2007 um 11h 59min 46sec UTC. Zu berechnen ist die Transformation ins erdfeste System CTS.

Berechnen Sie die Transformation unter Berücksichtigung der wahren Sternzeit θ_{Grw}, der Polbewegung (x_p, y_p), der Nutation ($\Delta\boldsymbol{\varepsilon}, \Delta\psi$) und der Präzession ($z, \vartheta, \zeta$, $\boldsymbol{\varepsilon}$)

$$\boldsymbol{r}_{CTS} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{y}}(-x_p)\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}}(-y_p)\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{z}}(\theta_{Grw})\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}}(-\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{z}}(-\Delta\psi)\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}}(\varepsilon)\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{z}}(-z)\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{y}}(\vartheta)\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{z}}(-\zeta) \cdot \boldsymbol{r}_{CIS}$$

mit $R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\varphi) & sin(\varphi) \\ 0 & -sin(\varphi) & cos(\varphi) \end{pmatrix}, R_y = \begin{pmatrix} cos(\varphi) & 0 & -sin(\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ sin(\varphi) & 0 & cos(\varphi) \end{pmatrix}, R_z = \begin{pmatrix} cos(\varphi) & sin(\varphi) & 0 \\ -sin(\varphi) & cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Vergleichen Sie den transformierten Vektor mit dem Ergebnisvektor der SOFA (Standards of Fundamental Astronomy) Routinen. Wie groß ist der Positionsfehler?

$$\boldsymbol{r}_{CIS} = \begin{pmatrix} 6915940.218 \\ 15501853.345 \\ 20650576.378 \end{pmatrix} m \qquad rcts_{SOFA} = \begin{pmatrix} 10272695.232 \\ 13504684.482 \\ 20656215.061 \end{pmatrix} m$$

a) Berechnung der mittleren Sternzeit in Greenwich

Die Phase der Erdrotation wird über die **Sternzeit in Greenwich** θ_{Gr} beschrieben. Dafür muss das modifizierte Julianische Datum für den gesuchten Zeitpunkt bekannt sein. Einerseits kann es aus dem gegebenen Datum berechnet werden, andererseits gibt es zahlreiche Tabellen aus denen es entnommen werden kann. ftp://ftp.unibe.ch/aiub/misc/calendar/calendar.y07

Für 0h UTC beträgt das modifizierte Julianische Datum am 5. April 2007:

$$mjd_{0hUTC} =$$

Damit kann die Zeit T_u in Julianischen Jahrhunderten berechnet werden, die seit der Referenzepoche J2000 (1. Jänner 2000, 12h UTC) vergangen ist.

$$T_u = \frac{mjd_{0hUTC} - mjd_{J2000}}{36525}$$

Das modifizierte Julianische Datum für die Referenzepoche J2000.0 beträgt

$$mjd_{J2000} = 51544.5$$

Damit ergibt sich T_u zu: Jul. Jhdt.

Daraus kann nun die mittlere Sternzeit Greenwich um Mitternacht berechnet werden:

$$\theta_{0h,Grm} = 24110^s.54841 + 8640184^s.812866 \cdot T_u + 0^s.093104 \cdot {T_u}^2$$

Man erhält $\theta_{0h,Grm} =$ sek

Die mittlere Sternzeit für den gesuchten Zeitpunkt t (11h 59min 46sec UTC) ergibt zu:

$$\theta_{Grm} = \theta_{0h,Grm} + (t + dUT1_t) \cdot f = \qquad \text{sek}$$

wobei $dUT1_t$, die Differenz zwischen Erdrotation und Atomzeit für den gesuchten Zeitpunkt t, aus den kombinierten EOP 08 C04 (IAU1980) Serien des IERS (https://datacenter.iers. org /eop/-/somos/5Rgv/latest/213) abgeleitet wird. Eine lineare Interpolation aus den täglichen Werten ist dabei hinreichend.

$dUT1_{5April} =$ sek, $dUT1_{6April} =$ sek

$$dUT1_t = dUT1_{5.April} + \frac{dUT1_{6April} - dUT1_{5April}}{86400} \cdot t = \qquad \text{sek}$$

Der Faktor f ist notwendig um die seit 0h UTC vergangene Zeit in Sternzeit zu erhalten.

$$f = \frac{366.2422}{365.2422}$$

Für die Transformation ist θ_{Grm} in Grad umzurechnen.

$\theta_{Grm} =$ °

Demnach ergibt sich die genährte Position im erdfesten System zu:

$$\boldsymbol{r}_{CTS,a} = \boldsymbol{R_z}(\theta_{Grm}) \cdot \boldsymbol{r}_{CIS} = \left(\qquad \right) km$$

b) Die Polbewegung

Die Polbewegung wird ebenfalls in EOP 08 C04 (IAU1980) Serien mitgeteilt. Für den gesuchten Zeitpunkt sind die Polkoordinaten x_p und y_p analog zu $dUT1_t$ aus den benachbarten Werten linear zu interpolieren.

$x_{p,t} =$ ″

$y_{p,t} =$ ″

$$\boldsymbol{r}_{CTS,b} = \boldsymbol{R_y}(-x_p) \cdot \boldsymbol{R_x}(-y_p) \cdot \boldsymbol{R_z}(\theta_{Grm}) \cdot \boldsymbol{r}_{CIS} = \left(\qquad \right) km$$

c) Berechnung der Präzessionswinkel (IAU1980)

Die Präzessionswinkel sind als Funktionen der Zeit *T* gegeben (Lieske et al., 1977).

$$\zeta = 2306,''2181\,\mathrm{T} + 0,''30188\,\mathrm{T}^2 + 0,''017998\,\mathrm{T}^3,$$
$$\vartheta = 2004,''3109\,\mathrm{T} - 0,''42665\,T^2 - 0,''041833\,\mathrm{T}^3,$$
$$z = 2306,''2181\,\mathrm{T} + 1,''09468\,\mathrm{T}^2 + 0,''018203\,\mathrm{T}^3,$$
$$\varepsilon = 84381,''448 - 46,''8150\,\mathrm{T} - 0,''00059\,\mathrm{T}^2 + 0,''001813\,\mathrm{T}^3$$

Der Parameter T wird in Julianischen Jahrhunderten seit J2000 in Terrestrial Time eingeführt.

$$T = \frac{\overbrace{mjd_{0h} + t_{UTC}[d] - mjd_{J2000} + (\overbrace{33}^{TAI-UTC} + \overbrace{32{,}184}^{TT-TAI})/86400}^{d}}{36525} = \qquad \text{Jul. Jhdt.}$$

$\zeta =$ $''$

$\vartheta =$ $''$

$\mathrm{z} =$ $''$

$\varepsilon =$ $^\circ$

d) Berechnung der Nutationswinkel (IAU1980)

Die Nutationswinkel $\Delta\psi$ und $\Delta\varepsilon$ werden üblicherweise aus über hundert einzelnen Termen zusammengesetzt. Berücksichtigt man nur die dominantesten (i=1), so kann man die Nutationswinkel auf ca. 1“ genau berechnen (siehe Präsentationsfolie 7, bzw. Seidelmann 1992):

$$\Delta\psi_1 = (A_1 + B_1 \cdot T) \cdot \sin(\Omega) = \qquad ''$$

$$\Delta\varepsilon_1 = (C_1 + D_1 \cdot T) \cdot \cos(\Omega) = \qquad ''$$

mit

$$\Omega = 450160.280'' - (5 \cdot 1296000'' + 482890.539'') \cdot T + 7.455'' \cdot T^2 + 0.008'' \cdot T^3$$

Für die Transformation sind alle Winkel in Grad bzw. in Rad umzurechnen.

$$\boldsymbol{r}_{CTS} = \boldsymbol{R_y}(-x_p)\boldsymbol{R_x}(-y_p)\boldsymbol{R_z}(\theta_{Grm})\boldsymbol{R_x}(-\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{R_z}(-\Delta\psi)\boldsymbol{R_x}(\varepsilon)\boldsymbol{R_z}(-z)\boldsymbol{R_y}(\vartheta)\boldsymbol{R_z}(-\zeta) \cdot \boldsymbol{r}_{CIS}$$

$$\boldsymbol{r}_{CTS,c} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} km$$

e) Wahre Sternzeit in Greenwich

<u>Gleichung der Äquinoktien</u>: $\theta_{Grw} = \theta_{Grm} + \Delta\psi_1 \cdot \cos(\varepsilon + \Delta\varepsilon_1)$

$\theta_{Grw} =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ °

$$\boldsymbol{r}_{CTS} = \boldsymbol{R_y}(-x_p)\boldsymbol{R_x}(-y_p)\boldsymbol{R_z}(\theta_{Grw})\boldsymbol{R_x}(-\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{R_z}(-\Delta\psi)\boldsymbol{R_x}(\varepsilon)\boldsymbol{R_z}(-z)\boldsymbol{R_y}(\vartheta)\boldsymbol{R_z}(-\zeta\,) \cdot \boldsymbol{r}_{CIS}$$

$$\boldsymbol{r}_{CTS,d} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} km$$

Vergleich von $r_{CTS,a}$, $r_{CTS,b}$, $r_{CTS,c}$, $r_{CTS,d}$ mit dem Ergebnisvektor der SOFA Routinen.

	dX [km]	dY [km]	dZ [km]	Positionsfehler [km]
$r_{CTS,a}$				
$r_{CTS,b}$				
$r_{CTS,c}$				
$r_{CTS,d}$				