

UE Satellitengeodäsie - Übung 1

Anfangsbedingungen

Berechnung der Anfangsbedingungen als Funktion der Bahnelemente

Gegeben ist die „RINEX Navigations-Message“ für den Galileo-Satelliten E12.

```
E12 2013 09 12 00 00 00-1.224490115419D-04-6.646416750300D-11-3.469446951954D-18
  3.910000000000D+02-2.434375000000D+01 3.309423565061D-09-2.559813588431D+00
-1.067295670509D-06 4.490267019719D-05 8.519738912582D-06 5.440603750229D+03
  3.456000000000D+05 3.911554813385D-08 2.150817552516D+00 5.960464477539D-08
  9.586945159661D-01 1.536562500000D+02-1.362890441172D+00-5.643092200298D-09
  5.260933424708D-10 1.000000000000D+00 1.757000000000D+03
-1.000000000000D+00 6.000000000000D+01-3.026798367500D-09-2.793967723846D-09
  3.455950000000D+05
```

1. Entnehmen Sie der „Navigations-Message“ folgende Bahnelemente:

Anfangszeitpunkt [hh:mm:ss] t_0 =

Mittlere Anomalie zur Referenzzeit [rad] M_0 =

numerische Exzentrizität [] e =

Große Halbachse [m] a =

RA des aufsteigenden Knotens [rad] Ω =

Inklination [rad] i =

Argument des Perigäums [rad] ω =

2. Berechnen Sie unter Annahme eines reinen Zweikörperproblems (keine Störkräfte)
- die Umlaufzeit U des Satelliten
 - wahre Anomalie v aus der Ellipsengeometrie zum Zeitpunkt t
 - Radiusvektor (Satellitenentfernung vom Gravitationszentrum) zum Zeitpunkt t
 - Positions- und Geschwindigkeitsvektor in der Äquatorebene
 - Kontrolle: Berechnung der Bahnelemente aus den Anfangsbedingungen

gesuchter Zeitpunkt [hh:mm:ss] t = 00:15:00 Galileo Zeit

geozentrische Gravitationskonstante [m^3/s^2] GE = 3,986005e14

Lösung zu 2.)a) Umlaufzeit U (2.11b)

$$U = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GE}} a^3 = \quad \text{s}$$

b) wahre Anomalie v (2.19)-(2.21)

$$n = \sqrt{GE/a^3} = \quad \text{rad/s}$$

$$M = M_0 + n \cdot (t - t_0) = \quad \text{rad}$$

$$E_l = M \quad \text{für } l=1$$

$$E_{l+1} = M + e \sin E_l \quad \text{für } l=2,3,\dots$$

$$E_l = \quad \text{rad, iterativ}$$

Kontrolle: $M - E_l + e \sin E_l = 0$?

$$v = 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \left(\frac{E}{2} \right) \right) = \quad \text{rad}$$

c) Radiusvektor r (1.2)

$$r = \left(\frac{a(1-e^2)}{1+e \cdot \cos v} \right) \cdot 0,001 = \quad \text{km}$$

d) Anfangsbedingungen:

Positions- und Geschwindigkeitsvektor (in der Bahnebene) (2.22)

$$\tilde{\vec{r}} = \begin{pmatrix} r \cos v \\ r \sin v \\ 0 \end{pmatrix} = \quad \text{km}$$

$$\tilde{\vec{v}} = \begin{pmatrix} -\sqrt{GE/p} \sin v \\ \sqrt{GE/p} (e + \cos v) \\ 0 \end{pmatrix} = \quad \text{m/s}$$

Positions- und Geschwindigkeitsvektor (in der Äquatorebene) (2.23)

$$\vec{r} = R_3(-\Omega) \cdot R_1(-i) \cdot R_3(-\omega) \cdot \tilde{\vec{r}} \quad \text{und} \quad \vec{v} = R_3(-\Omega) \cdot R_1(-i) \cdot R_3(-\omega) \cdot \tilde{\vec{v}}$$

$$\text{mit } R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ 0 & -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}, R_y = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & 0 & -\sin(\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\varphi) & 0 & \cos(\varphi) \end{pmatrix}, R_z = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) & 0 \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

e) Kontrolle: Berechnung der 6 Bahnelemente aus den Anfangsbedingungen, (2.14)-(2.17)

$$\Omega = \text{atan2}(h_x, -h_y)$$

$$\text{mit } \vec{h} = \vec{r}(t) \times \vec{v}(t)$$

$$i = \arccos\left(\frac{h_z}{h}\right)$$

$$e = \frac{q}{GE}$$

$$\text{mit } \vec{q} = -\left(\vec{h} \times \vec{v} + GE \frac{\vec{r}}{r}\right)$$

$$a = \frac{p}{1 - e^2}$$

$$\text{mit } p = \frac{h^2}{GE}$$

$$\omega = \text{atan2}(\tilde{q}_y, \tilde{q}_x)$$

$$\text{mit } \tilde{q} = R_x(i) \cdot R_z(\Omega) \cdot \vec{q}$$

$$v = \text{atan2}(\tilde{r}_y, \tilde{r}_x)$$

$$\text{mit } \tilde{r} = R_z(\omega) \cdot R_x(i) \cdot R_z(\Omega) \cdot \vec{r}$$

TABLE A4 GPS NAVIGATION MESSAGE FILE - DATA RECORD DESCRIPTION		
OBS. RECORD	DESCRIPTION	FORMAT
PRN / EPOCH / SV CLK	- Satellite PRN number - Epoch: Toc - Time of Clock year (2 digits, padded with 0 if necessary) month day hour minute second - SV clock bias (seconds) - SV clock drift (sec/sec) - SV clock drift rate (sec/sec ²)	I2, 1X,I2.2, 1X,I2, 1X,I2, 1X,I2, F5.1, 3D19.12 *)
BROADCAST ORBIT - 1	- IODE Issue of Data, Ephemeris - Crs (meters) - Delta n (radians/sec) - M0 (radians)	3X,4D19.12
BROADCAST ORBIT - 2	- Cuc (radians) - e Eccentricity - Cus (radians) - sqrt(A) (sqrt(m))	3X,4D19.12
BROADCAST ORBIT - 3	- Toe Time of Ephemeris (sec of GPS week) - Cic (radians) - OMEGA (radians) - CIS (radians)	3X,4D19.12
BROADCAST ORBIT - 4	- i0 (radians) - Crc (meters) - omega (radians) - OMEGA DOT (radians/sec)	3X,4D19.12
BROADCAST ORBIT - 5	- IDOT (radians/sec) - Codes on L2 channel - GPS Week # (to go with TOE) Continuous number, not mod(1024)! - L2 P data flag	3X,4D19.12
BROADCAST ORBIT - 6	- SV accuracy (meters) - SV health (bits 17-22 w 3 sf 1) - TGD (seconds) - IODC Issue of Data, Clock	3X,4D19.12
BROADCAST ORBIT - 7	- Transmission time of message (**) (sec of GPS week, derived e.g. from Z-count in Hand Over Word (HOW)) - Fit interval (hours) (see ICD-GPS-200, 20.3.4.4) Zero if not known - spare - spare	3X,4D19.12