# UE Satellitengeodäsie – Übung 3

## Transformation

### Transformation vom geozentrischen Quasi-Inertialsystem (CIS) in das erdfeste System (CTS) (Näherung)

Gegeben ist der Ortsvektor eines Satelliten im Quasi-Inertialsystem CIS zum Zeitpunkt 5. April 2007 um 11h 59min 46sec UTC.

$$\boldsymbol{r}_{CIS} = \begin{pmatrix} 6915940.218 \\ 15501853.345 \\ 20650576.378 \end{pmatrix} m$$

Berechnen Sie die Transformation ins erdfeste System CTS unter Berücksichtigung der wahren Sternzeit $\theta_{Grw}$, der Polbewegung ($x_p$, $y_p$), der Präzession ($z, \vartheta, \zeta, \boldsymbol{\varepsilon}$) und der Nutation ($\Delta\boldsymbol{\varepsilon}, \Delta\psi$)

$$\boldsymbol{r}_{CTS} = \boldsymbol{R}_y(-x_p)\boldsymbol{R}_x(-y_p)\boldsymbol{R}_z(\theta_{Grw})\boldsymbol{R}_x(-\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{R}_z(-\Delta\psi)\boldsymbol{R}_x(\varepsilon)\boldsymbol{R}_z(-z)\boldsymbol{R}_y(\vartheta)\boldsymbol{R}_z(-\zeta\,) \cdot \boldsymbol{r}_{CIS}$$
$$\boldsymbol{r}_{CTS} = XYUNP \cdot \boldsymbol{r}_{CIS}$$

mit $R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\varphi) & sin(\varphi) \\ 0 & -sin(\varphi) & cos(\varphi) \end{pmatrix}, R_y = \begin{pmatrix} cos(\varphi) & 0 & -sin(\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ sin(\varphi) & 0 & cos(\varphi) \end{pmatrix}, R_z = \begin{pmatrix} cos(\varphi) & sin(\varphi) & 0 \\ -sin(\varphi) & cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Vergleichen Sie den transformierten Vektor mit dem Ergebnisvektor der SoFA (Standards of Fundamental Astronomy) Routinen. Wie groß ist der Positionsfehler?

$$XYUNP_{SoFA} = \begin{pmatrix} 0.973338988081694 & 0.229370267620276 & -0.000703286504343 \\ -0.229370242095868 & 0.973339241044810 & 0.000117826972469 \\ 0.000711562356582 & 0.000046627409612 & 0.999999745752416 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{r}cts_{SoFA} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} m$$

#### *a) Berechnung der mittleren Sternzeit in Greenwich*

Die Phase der Erdrotation wird über die **Sternzeit in Greenwich** $\theta_{Gr}$ beschrieben. Dafür muss das modifizierte Julianische Datum für den gesuchten Zeitpunkt bekannt sein. Einerseits kann es aus dem gegebenen Datum berechnet werden, andererseits gibt es zahlreiche Tabellen aus denen es entnommen werden kann, z.B.: https://transformator.bev.gv.at/at.gv.bev.transformator/datum/

Für 0h UTC beträgt das modifizierte Julianische Datum am 5. April 2007:

$$mjd_{0hUTC} =$$

Damit kann die Zeit $T_u$ in Julianischen Jahrhunderten berechnet werden, die seit der Referenzepoche J2000 (1. Jänner 2000, 12h UTC) vergangen ist.

$$T_u = \frac{mjd_{0hUTC} - mjd_{J2000}}{36525}$$

Das modifizierte Julianische Datum für die Referenzepoche J2000.0 beträgt

$$mjd_{J2000} = 51544.5$$

Damit ergibt sich $T_u$ zu: Jul. Jhdt.

Daraus kann nun die mittlere Sternzeit Greenwich um Mitternacht berechnet werden:

$$\theta_{0h,Grm} = 24110^s.54841 + 8640184^s.812866 \cdot T_u + 0^s.093104 \cdot {T_u}^2$$

Man erhält $\theta_{0h,Grm} =$ sek

Die mittlere Sternzeit für den gesuchten Zeitpunkt t (11h 59min 46sec UTC) ergibt zu:

$\theta_{Grm} = \theta_{0h,Grm} + (t + dUT1_t) \cdot f =$ sek

wobei $dUT1_t$, die Differenz zwischen Erdrotation und Atomzeit für den gesuchten Zeitpunkt t, aus den kombinierten EOP 08 C04 (IAU1980) Serien des IERS (ftp://hpiers.obspm.fr/iers/eop/eopc04_08/eopc04.62-now) abgeleitet wird. Eine lineare Interpolation aus den täglichen Werten ist dabei hinreichend.

$dUT1_{5April} =$ sek, $dUT1_{6April} =$ sek

$dUT1_t = dUT1_{5.April} + \frac{dUT1_{6April} - dUT1_{5April}}{86400} \cdot t =$ sek

Der Faktor $f$ ist notwendig um die seit 0h UTC vergangene Zeit in Sternzeit zu erhalten.

$$f = \frac{366.2422}{365.2422}$$

Für die Transformation ist $\theta_{Grm}$ in Grad umzurechnen.

$\theta_{Grm} =$ °

Demnach ergibt sich die genährte Position im erdfesten System zu:

$$\boldsymbol{r}_{CTS,a} = \boldsymbol{R_z}(\theta_{Grm}) \cdot \boldsymbol{r}_{CIS} = \left( \quad \right) m$$

### b) Berechnung der Polbewegung

Die Polbewegung wird ebenfalls in EOP 08 C04 (IAU1980) Serien mitgeteilt. Für den gesuchten Zeitpunkt sind die Polkoordinaten $x_p$ und $y_p$ analog zu $dUT1_t$ aus den benachbarten Werten linear zu interpolieren. Für die Transformation muss dann auf die korrekte Einheit umgerechnet werden.

$x_{p,t} =$ $''$

$y_{p,t} =$ $''$

$$\boldsymbol{r}_{CTS,b} = \boldsymbol{R_y}(-x_p) \cdot \boldsymbol{R_x}(-y_p) \cdot \boldsymbol{R_z}(\theta_{Grm}) \cdot \boldsymbol{r}_{CIS} = \left( \qquad \right) m$$

### c) Berechnung der Präzessions- und Nutationswinkel (IAU1980)

Die Präzessionswinkel sind als Funktionen der Zeit *T* gegeben (Lieske et al., 1977).

$$\zeta = 2306,''2181\,\mathrm{T} + 0,''30188\,\mathrm{T}^2 + 0,''017998\,\mathrm{T}^3,$$
$$\vartheta = 2004,''3109\,\mathrm{T} - 0,''42665\,T^2 - 0,''041833\,\mathrm{T}^3,$$
$$z = 2306,''2181\,\mathrm{T} + 1,''09468\,\mathrm{T}^2 + 0,''018203\,\mathrm{T}^3,$$
$$\varepsilon = 84381,''448 - 46,''8150\,\mathrm{T} - 0,''00059\,\mathrm{T}^2 + 0,''001813\,\mathrm{T}^3$$

Der Parameter T wird in Julianischen Jahrhunderten seit J2000 in Terrestrial Time eingeführt.

$$T = \frac{\overbrace{mjd_{0h} + t_{UTC}[d] - mjd_{J2000} + (\overbrace{33}^{TAI-UTC} + \overbrace{32{,}184}^{TT-TAI})/86400}^{d}}{36525} = \qquad \text{Jul. Jhdt.}$$

$\zeta =$ $''$

$\vartheta =$ $''$

$z =$ $''$

$\varepsilon =$ $^\circ$

Die Nutationswinkel $\Delta\psi$ und $\Delta\varepsilon$ werden üblicherweise aus über hundert einzelnen Termen zusammengesetzt. Berücksichtigt man nur die dominantesten (i=1), so kann man die Nutations-winkel auf ca. 1“ genau berechnen (siehe Präsentationsfolie, bzw. Seidelmann 1992):

$$\Delta\psi \approx \Delta\psi_1 = (A_1 + B_1 \cdot T) \cdot \sin(\Omega) = \qquad 4.5496\,''$$

$\Delta\varepsilon \approx \Delta\varepsilon_1 = (C_1 + D_1 \cdot T) \cdot \cos(\Omega) =$ 8,8749 $''$

mit

$\Omega = 450160.280'' - (5 \cdot 1296000'' + 482890.539'') \cdot T + 7.455'' \cdot T^2 + 0.008'' \cdot T^3$

Für die Transformation muss dann auf die korrekte Einheit umgerechnet werden.

$$\boldsymbol{r}_{CTS,c} = \boldsymbol{R_y}(-x_p)\boldsymbol{R_x}(-y_p)\boldsymbol{R_z}(\theta_{Grm})\boldsymbol{R_x}(-\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{R_z}(-\Delta\psi)\boldsymbol{R_x}(\varepsilon)\boldsymbol{R_z}(-z)\boldsymbol{R_y}(\vartheta)\boldsymbol{R_z}(-\zeta) \cdot \boldsymbol{r}_{CIS}$$

$$\boldsymbol{r}_{CTS,c} = \left( \qquad \qquad \right) m$$

### *d) Wahre Sternzeit in Greenwich*

Gleichung der Äquinoktien: $\theta_{Grw} = \theta_{Grm} + \Delta\psi_1 \cdot \cos(\varepsilon + \Delta\varepsilon_1)$

$\theta_{Grw} =$ $°$

$$\boldsymbol{r}_{CTS,d} = \boldsymbol{R_y}(-x_p)\boldsymbol{R_x}(-y_p)\boldsymbol{R_z}(\theta_{Grw})\boldsymbol{R_x}(-\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{R_z}(-\Delta\psi)\boldsymbol{R_x}(\varepsilon)\boldsymbol{R_z}(-z)\boldsymbol{R_y}(\vartheta)\boldsymbol{R_z}(-\zeta) \cdot \boldsymbol{r}_{CIS}$$

$$\boldsymbol{r}_{CTS,d} = \left( \qquad \qquad \right) m$$

**Vergleich von $\boldsymbol{r}_{CTS,a}$, $\boldsymbol{r}_{CTS,b}$, $\boldsymbol{r}_{CTS,c}$, $\boldsymbol{r}_{CTS,d}$ mit dem Ergebnisvektor der SoFA Routinen.**

| | dX [m] | dY [m] | dZ [m] | Positionsfehler [m] |
|---|---|---|---|---|
| $r_{CTS,a}$ | | | | |
| $r_{CTS,b}$ | | | | |
| $r_{CTS,c}$ | | | | |
| $r_{CTS,d}$ | | | | |