Übungsaufgabe 2

Numerische Integration

Mehrkörperproblem:

- Bewegungsgleichung:

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = -\frac{GE}{r^3}\boldsymbol{r} + \boldsymbol{k}_S$$

- Störbeschleunigung:

$$\boldsymbol{k}_S = -G\sum_{j=0}^{n} m_j\left(\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_j}{\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_j\right|^3} + \frac{\boldsymbol{r}_j}{r_j^3}\right)$$

- Mehrkörperproblem ⇨ Differentialgleichung 2. Ordnung
- Bewegungsgleichung kann nicht mehr analytisch gelöst werden

Mehrkörperproblem: Lösung mit Verfahren nach Euler

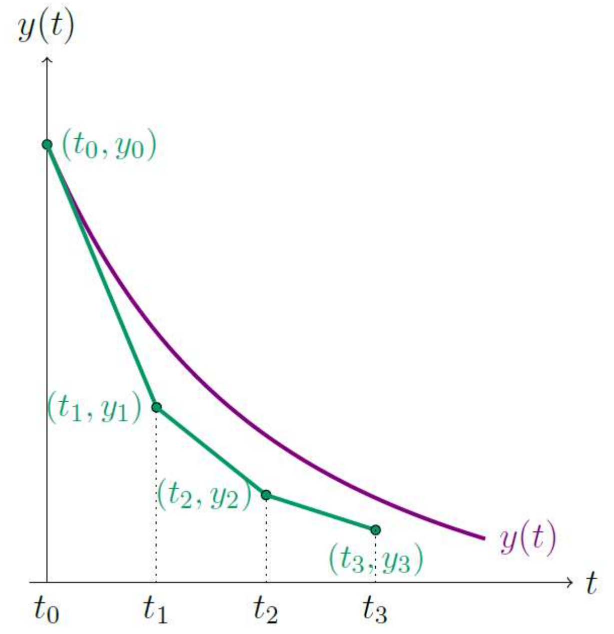
- Anfangsbedingungen bekannt ⇨ Anfangswertproblem

$$\dot{y}(t) = f(t, y) \text{ mit } y(t_0) = y_0$$

- Euler Verfahren

  (Taylorreihenentwicklung bis Ordnung 2)

$$y(t + dt) \approx y(t) + dt\, f(t, y(t))$$



Mehrkörperproblem: Lösung mit dem Verfahren nach Euler

- Umwandlung: DGL 2. Ordnung in 2 DGL 1. Ordnung

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{v}$$

$$\dot{\boldsymbol{v}} = -\frac{GE}{r^3}\boldsymbol{r} + \boldsymbol{k}_S$$

- Lösung der Taylorreihenentwicklung (Ordnung 2, Zeitpunkt t_0)

$$\boldsymbol{r}(t_0 + dt) = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{v}_0 dt + \frac{1}{2}\ddot{\boldsymbol{r}}_0 dt^2$$

$$\boldsymbol{v}(t_0 + dt) = \boldsymbol{v}_0 + \ddot{\boldsymbol{r}}_0 dt$$

mit dt Schrittweite

$\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{v}_0$ Orts-, Geschwindigkeitsvektor zu t_0

$\ddot{\boldsymbol{r}}_0$ berechnete Beschleunigung zu t_0