TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Übungsblatt 3: Transformation CIS – CTS

Transformation vom geozentrischen Quasi-Inertialsystem in das erdfeste System (Näherung)

Gegeben ist der Ortsvektor eines Satelliten im Quasi-Inertialsystem CIS zum Zeitpunkt t: 5. April 2007, 11:59:46 UTC.

$$\boldsymbol{r}_{CIS}(t) = \begin{pmatrix} 6915940.218 \\ 15501853.345 \\ 20650576.378 \end{pmatrix} \text{ m}$$

Berechnen Sie die Transformation ins erdfeste System CTS unter Berücksichtigung der wahren Sternzeit ($\Theta_{Gr,w}$), der Polbewegung (x_p, y_p), der Präzession (z, ϑ, ζ) sowie der Nutation ($\varepsilon, \Delta\varepsilon, \Delta\psi$).

$$\boldsymbol{r}_{CTS} = \boldsymbol{R}_y(-x_p)\boldsymbol{R}_x(-y_p)\boldsymbol{R}_z(\Theta_{Gr,w})\boldsymbol{R}_x(-\varepsilon - \Delta\varepsilon)\boldsymbol{R}_z(-\Delta\psi)\boldsymbol{R}_x(\varepsilon)\boldsymbol{R}_z(-z)\boldsymbol{R}_y(\vartheta)\boldsymbol{R}_z(-\zeta)\boldsymbol{r}_{CIS}$$
$$\boldsymbol{r}_{CTS} = XYUNP \cdot \boldsymbol{r}_{CIS}$$

mit

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix},\ R_y = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix},\ R_z = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Vergleichen Sie den transformierten Vektor mit dem Ergebnisvektor der SoFA (Standards of Fundamental Astronomy) Routinen. Wie groß ist der Positionsfehler?

$$XYUNP_{SoFA} = \begin{pmatrix} 0.9733389880081694 & 0.229370267620276 & -0.0007032865043434 \\ -0.229370242095868 & 0.973339241044810 & 0.000117826972469 \\ 0.000711562356582 & 0.000046627409612 & 0.999999745752416 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{r}_{CTS_{SoFA}} = \qquad\qquad\qquad\qquad \text{m}$$

a) Berechnung der mittleren Sternzeit in Greenwich

Die Phase der Erdrotation wird über die Sternzeit in Greenwich (Θ_{Gr}) beschrieben. Hierfür muss das modifizierte Julianische Datum für den gesuchten Zeitpunkt bekannt sein. Dieses kann aus dem gegebenen Zeitpunkt berechnet werden oder auch aus einer von zahlreichen Tabellen entnommen werden.
z.B.: `https://transformator.bev.gv.at/at.gv.bev.transformator/calendar`

Das modifizierte Julianische Datum am 5. April 2007 00:00h UTC lautet:

$$mjd_{0hUTC} =$$

Somit kann die Zeit T_u

$$T_u = \frac{mjd_{0hUTC} - mjd_{J2000}}{36525}$$

in Julianischen Jahrhunderten berechnet werden, die seit der Referenzepoche J2000 (1. Jänner 2000, 12h UTC) vergangen ist.

$$mjd_{J2000} =$$

$$T_u =$$

Mithilfe von T_u kann die mittlere Sternzeit nach Greenwich um Mitternacht berechnet werden:

$$\Theta_{0h,Gr,m} = 24110.54841^S + 8640184.812866^S \cdot T_u + 0.093104^S \cdot T_u^2$$

$$\Theta_{0h,Gr,m} = \qquad\qquad\qquad\qquad \text{sek}$$

Die mittlere Sternzeit für den gesuchten Zeitpunkt t (11:59:46 UTC) ergibt sich zu:

$$\Theta_{Gr,m} = \Theta_{0h,Gr,m} + (t + dUT1_t) \cdot f$$

$dUT1_t$ ist Differenz zwischen Erdrotation und Atomzeit für den gesuchten Zeitpunkt t, abgeleitet aus den kombinierten EOP 14 C04 (IAU2000A) Serien des IERS.
`https://www.iers.org/IERS/EN/DataProducts/EarthOrientationData/eop.html`

Eine lineare Interpolation aus den täglichen Werten ist hinreichend.

$$dUT1_t = dUT1_{5.April} + \frac{dUT1_{6.April} - dUT1_{5.April}}{86400} \cdot t = \qquad\qquad\qquad\qquad \text{sek}$$

Ein Faktor f ist erforderlich, um die seit 0h UTC vergangene Zeit in Sternzeit zu erhalten.

$$f = \frac{366.2422}{365.2422}$$

$$\Theta_{Gr,m} = \qquad\qquad\qquad\qquad \text{sek}$$

Für die Transformation ist $\Theta_{Gr,m}$ in Grad umzurechnen.

$\Theta_{Gr,m} =$ deg

Folglich ergibt sich die genäherte Position im erdfesten System zu:

$\boldsymbol{r}_{CTS,a} = \boldsymbol{R}_z(\Theta_{Gr,m}) \cdot \boldsymbol{r}_{CIS} =$ m

b) Berechnung der Polbewegung

Die Polbewegung wird ebenfalls in EOP 14 C04 (IAU2000A) Serien mitgeteilt. Für den gesuchten Zeitpunkt sind die Polkoordinaten x_p und y_p analog zu $dUT1_t$ aus den benachbarten Werten linear zu interpolieren. Für die Transformation muss auf die korrekte Einheit umgerechnet werden.

$x_{p,t} =$ "

$y_{p,t} =$ "

$\boldsymbol{r}_{CTS,b} = \boldsymbol{R}_y(-x_p)\boldsymbol{R}_x(-y_p)\boldsymbol{R}_z(\Theta_{Gr,m}) \cdot \boldsymbol{r}_{CIS} =$ m

c) Berechnung der Präzessions- und Nutationswinkel (IAU1980)

Die Präzessionswinkel sind als Funktionen der Zeit T gegeben (Lieske et al., 1977).

$$\zeta = 2306.2181\text{"}\,T + 0.30188\text{"}\,T^2 + 0.017998\text{"}\,T^3$$
$$\vartheta = 2004.3109\text{"}\,T - 0.42665\text{"}\,T^2 - 0.041833\text{"}\,T^3$$
$$z = 2306.2181\text{"}\,T + 1.09468\text{"}\,T^2 + 0.018203\text{"}\,T^3$$

Der Parameter T ist die, in Julianischen Jahrhunderten, vergangene Zeit seit der Referenzepoche J2000 in Terrestrial Time:

$$T = \frac{mjd_{0h} + t_{UTC}[d] - mjd_{J2000} + \frac{[(TAI-UTC)+(TT-TAI)]}{86400}}{36525} \qquad \text{mit } TAI - UTC = 33,\ TT - TAI = 32.184$$

$T =$

$\zeta =$ "

$\vartheta =$ "

$z =$ "

Der Nutationswinkel ε kann ebenfalls als Funktion der Zeit T berechnet werden:

$$\varepsilon = 84381.448" - 46.8150"\,T - 0.00059"\,T^2 + 0.001813"\,T^3$$

$$\varepsilon = \qquad\qquad\qquad\qquad "$$

Die Nutationswinkel $\Delta\psi$ und $\Delta\varepsilon$ werden üblicherweise aus über hundert einzelnen Termen zusammengesetzt. Unter lediglicher Berücksichtigung der dominantesten Terme ($i = 1$) können die Nutationswinkel zumindest auf ca. 1" genau berechnet werden (Seidelmann, 1992):

$$\Delta\psi \approx \Delta\psi_1 = (A_1 + A_1'T) \cdot \sin\Omega = \qquad\qquad\qquad\qquad "$$

$$\Delta\varepsilon \approx \Delta\varepsilon_1 = (B_1 + B_1'T) \cdot \cos\Omega = \qquad\qquad\qquad\qquad "$$

mit

$$\Omega = 450160.280" - (5 \cdot 1296000" + 482890.539")T + 7.455"T^2 + 0.008"T^3$$

Für die Transformation muss auf die korrekte Einheit umgerechnet werden.

$$\boldsymbol{r}_{CTS} = \boldsymbol{R}_y(-x_p)\boldsymbol{R}_x(-y_p)\boldsymbol{R}_z(\Theta_{Gr,m})\boldsymbol{R}_x(-\varepsilon - \Delta\varepsilon)\boldsymbol{R}_z(-\Delta\psi)\boldsymbol{R}_x(\varepsilon)\boldsymbol{R}_z(-z)\boldsymbol{R}_y(\vartheta)\boldsymbol{R}_z(-\zeta)\boldsymbol{r}_{CIS}$$

$$\boldsymbol{r}_{CTS,c} = \qquad\qquad\qquad\qquad \text{m}$$

d) Wahre Sternzeit in Greenwich

Gleichung der Äquinoktien:

$$\Theta_{Gr,w} = \Theta_{Gr,m} + \Delta\psi_1 \cdot \cos(\varepsilon + \Delta\varepsilon_1) = \qquad\qquad\qquad\qquad \text{deg}$$

$$\boldsymbol{r}_{CTS,d} = \boldsymbol{R}_y(-x_p)\boldsymbol{R}_x(-y_p)\boldsymbol{R}_z(\Theta_{Gr,w})\boldsymbol{R}_x(-\varepsilon - \Delta\varepsilon)\boldsymbol{R}_z(-\Delta\psi)\boldsymbol{R}_x(\varepsilon)\boldsymbol{R}_z(-z)\boldsymbol{R}_y(\vartheta)\boldsymbol{R}_z(-\zeta)\boldsymbol{r}_{CIS}$$

$$\boldsymbol{r}_{CTS,d} = \qquad\qquad\qquad\qquad \text{m}$$

Vergleich von $r_{CTS,a}$, $r_{CTS,b}$, $r_{CTS,c}$ und $r_{CTS,d}$ mit dem Ergebnisvektor der SoFA Routinen.

	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	Positionsfehler [m]
$r_{CTS,a}$				
$r_{CTS,b}$				
$r_{CTS,c}$				
$r_{CTS,d}$				

Woher stammen die Restfehler?