Grundlagen der Physik 2 Lösung zu Übungsblatt 5

Daniel Weiss

3. Mai 2010

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe 1 - Kugelkondensator	1
a) Skizze des Kondensators	1
b) Potential und elektrisches Feld	1
c) Skizze des Potentials und des Feldes	2
Aufgabe 2 - Elektrostatisches Feld	3
a) Rotation	3
b) Divergenz	3
c) Potential	3
Aufgabe 3 - Ladungsdreieck	4
a) Potential und pot. Energie bei T	4
b) Energie nach Auslenkung um h	4
c) parabolisches Potential	4
d) Schwingungsfrequenz	4
Aufgabe 4 - Magnetfeld und Magnetische Induktion	4
Aufgabe 5 - Zwei Kreisförmige Leiter	5
Aufgabe 6 - Solenoid	5

Aufgabe 1

- a) Skizze:
- b) Mit dem Satz von Gauß können die Potentiale in den drei Bereichen I,II und III berechnet werden. Dabei haben einschließende Kugelschalen keinerlei Einfluss auf

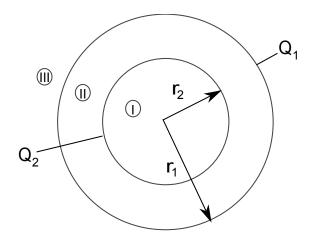


Abbildung 1: Skizze des Kondensators

das Feld in ihrem Inneren.

$$\int_{\partial V} \vec{E} d\vec{A} = \int_{V} \frac{\rho}{\epsilon_0} dV \tag{1}$$

$$\Rightarrow E_1 = 0 \qquad \forall r < r_2 \tag{2}$$

$$\Rightarrow E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r^2} \qquad \forall r_2 < r < r_1 \tag{3}$$

$$\Rightarrow E_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 + Q_2}{r^2} \qquad \forall r_1 < r \tag{4}$$

Das Potential ist

$$\Phi = -\int \vec{E} \vec{dr} \tag{5}$$

$$\Rightarrow \Phi_1 = \text{const.} \qquad \forall r < r_2 \tag{6}$$

$$\Rightarrow \Phi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r} \qquad \forall r_2 < r < r_1 \tag{7}$$

$$\Rightarrow \Phi_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 + Q_2}{r} \qquad \forall r_1 < r \tag{8}$$

c) Bei den unendlich dünnen Platten macht das elektrische Feld einen Sprung. Hierbei wurde auf der inneren Schale eine negative Ladung und auf der äußeren eine positive Ladung angenommen.

Dieselbe Ladungsanordnung führt zu folgendem Potential:

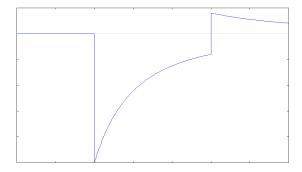


Abbildung 2: qualitative Skizze des elektrischen Feldes

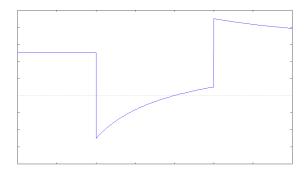


Abbildung 3: qualitative Skizze des elektrischen Potentials

Aufgabe 2

a)
$$\operatorname{rot} \vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6x - 6x \end{pmatrix} = \vec{0} \tag{9}$$

Es kann sich also um ein elektrostatisches Feld handeln!

b)
$$\operatorname{div} \vec{E} = \vec{\nabla} \vec{E} = 6y - 6y + 0 = 0 \Rightarrow \rho = 0 \tag{10}$$

c)

$$-\int E_x \, \mathrm{dx} = -3x^2 y + C(y, z) \tag{11}$$

$$-\int E_y \, dy = -3x^2y + y^3 + C(x, z) \tag{12}$$

$$-\int E_z \, \mathrm{d}z = -C(x, y) \tag{13}$$

$$\Rightarrow \Phi(x, y, z) = y^3 - 3x^2y \tag{14}$$

Aufgabe 3

a) Alle drei Vektoren von den einzelnen Ladungen Q zu T sind vom Betrag her gleich. Also genügt es Einen zu berechnen.

$$r_x = \frac{a}{2} \tag{15}$$

$$r_y = \frac{1}{3}\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \tag{16}$$

$$\Rightarrow \|\vec{r}\|_2 = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{12}} = \frac{a}{\sqrt{3}} \tag{17}$$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3\sqrt{3}Q}{a} \tag{18}$$

$$\Rightarrow E_{\rm pot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3\sqrt{3}QT}{a} \tag{19}$$

b) Für eine anziehende Wirkung muss $\mathrm{sgn}(T)=-\,\mathrm{sgn}(Q)$ gelten. Die potentielle Energie ändert sich zu

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3QT}{\sqrt{\frac{1}{3}a^2 + h^2}}$$
 (20)

c)

d

Aufgabe 4

Mit dem Satz von Stokes folgt aus den Maxwell-Gleichungen das Ampèresche Gesetz:

$$\oint_{\partial A} \vec{H} \, d\vec{s} = \int_{A} \operatorname{rot} \vec{H} \, d\vec{A} = \int_{A} \vec{j} + \underbrace{\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}_{=0} \, d\vec{A} = I \tag{21}$$

In Polarkoordinaten folgt:

$$\oint_{\partial A} \vec{H} \vec{ds} = \int_0^{2\pi} Hr \, dr \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r} = 15,92H$$
 (22)

und daraus die Induktion:

$$B = \mu_0 H = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{T} \tag{23}$$

Aufgabe 5

Das Biot-Savartsche Gesetz für den Fall einer Leiterschleife mit Beobachtungsort auf einer Geraden, die senkrecht zu jedem Tangentialvektor steht und durch den Mittelpunkt geht lautet:

$$B_x = \frac{\mu_0 I \pi R^2}{2\pi (x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{24}$$

Das gesamte Magnetfeld ist die Summe der beiden einzelnen Felder:

$$H = \frac{I_1 \pi r_1^2}{2\pi (x_1^2 + r_1^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{I_2 \pi r_2^2}{2\pi (x_2^2 + r_2^2)^{\frac{3}{2}}} = 16,76H$$
 (25)

Aufgabe 6

Formel für die Gegenindultion L:

$$L = \mu_0 \frac{N_1 N_2 A}{l} = 25{,}13\mu \text{H} \tag{26}$$