1. Überprüfen Sie, ob die beiden Funktionen $f(x,y)=x^2+y^2$ und $g(x,y)=x^2-y^2$ der zweidimensionalen Laplacegleichung

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$

genügen.

➔ Berechnen Sie außerdem den Gradienten von $g(x, y)$ in den vier Punkten $(0,1), (1,0), (0,-1), (-1,0)$.

2. **Thomsonsches Atommodell:** Eine **positive Ladung *q*** sei homogen über eine Vollkugel mit dem **Radius *R*** verteilt. In der Mitte der Kugel befinde sich eine **punktförmigen negative Ladung –*q***.

a) Berechnen Sie das **Elektrische Feld** $\vec{E}$ und das **Potential** φ dieser Ladungsanordnung im gesamten Raum.

(Lösung: Potential im inneren der Kugel: $\varphi(r)=\frac{q}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{3}{2\cdot R}-\frac{r^2}{2\cdot R^3}-\frac{1}{r}\right)$*)*

b) Berechnen Sie die **Energie *W***, welche nötig ist, um die negative **Punktladung aus dem Zentrum der Kugel ins Unendliche zu befördern**, zunächst allgemein und dann für ***R* = 0,53 Å** (1. Bohr'scher Radius) und ***q* = $1{,}602\cdot10^{-19}$ C** (Elementarladung). *(Lösung:* $W = 4{,}35\cdot10^{-18}$ J*)*

Hinweis: Benutzen Sie das Superpositionsprinzip und das Gauss'sche Gesetz der Elektrostatik.

3. Gesucht sind Potential und Stärke des elektrostatischen Feldes einer kreisförmigen Platte vom Radius ***R* = 0,1 m** im Abstand ***d* = 0,2 m** senkrecht über dem Mittelpunkt der Platte. Die Platte trage die Ladung ***Q* = 1 µC** und befinde sich im Vakuum. *(Lösung:* φ = 42,4 kV, $E = 1{,}9\cdot10^5$ Vm^{-1}.*)*

4. Gegeben sind zwei **Punktladungen Q_1** und **Q_2**. Es gelte: $|Q_1|>|Q_2|$. Weiters seien die **Vorzeichen** von Q_1 und Q_2 **entgegengesetzt**. **Q_1** befinde sich **im Ursprung, Q_2** liege **im Punkt *x* = *b***.

a) Man bestimme jene Punkte x_1 und x_2 auf der x-Achse, in denen das **Potential null** ist.

b) Man zeige, dass auf der **Oberfläche einer Kugel,** welche **die Punkte x_1** und **x_2 beinhaltet und** deren **Mittelpunkt auf der *x* - Achse liegt**, das **Potential** dieser Ladungsanordnung **ebenfalls gleich null** ist.

5. **Influenz:** Zwischen zwei planparallelen leitenden Platten (**Fläche *A***, **Abstand *d***), welche leitend verbunden sind (sich also auf gleichem Potential befinden) befindet sich eine mit der **Gesamtladung *Q*** aufgeladene leitende Platte gleicher Fläche und **sehr geringer, aber endlicher, Dicke**. Diese hat den **Abstand d_1** von einer der beiden erstgenannten Platten und ist parallel und kongruent zu diesen.

a) Man fertige eine **Skizze** der Anordnung an und berechne allgemein, in welche **Flächenladungen σ_1** und **σ_2** sich ***Q*** aufteilt.

b) Man berechne **σ_1** und **σ_2** für ***A* = 10 cm²**, ***d* = 2 cm**, **d_1 = 5 mm** und ***Q* = $4\cdot10^{-4}$ C**.
(Lösung: $\sigma_1 = 3\cdot10^{-5}$ C/cm² $\sigma_2 = \cdot10^{-5}$ C/cm²*)*

Hinweis: Benutzen Sie die Ladungserhaltung und das Gauss'sche Gesetz der Elektrostatik. Beachten Sie, dass das E-Feld konservativ ist.

6. **Der Plattenkondensator:** Betrachtet werde ein System aus zwei planparallelen quadratischen Leiterflächen mit jeweils ***A* = 20 dm²**, die voneinander den Abstand ***d* = 1 cm** haben und kongruent angeordnet sind. Zwischen den Platten herrsche Vakuum. An die beiden Leiterplatten wird nun die **Spannung *U* = 6 kV** angelegt.

a) Man fertige eine Skizze des Systems an, welche **alle relevanten Größen (*A*, *d*** und ***U*, sowie die Ladungen *Q* und das elektrische Feld *E*)** beinhaltet.

b) Man berechne, ausgehend von der Poisson-Gleichung $\Delta\varphi(x)=\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2}=-\frac{\rho(x)}{\varepsilon_0}$, das Potential und die elektrische Feldstärke **im Inneren** des Kondensators unter der Randbedingung $\varphi(x=0)=\varphi_1=0$.

Man skizziere die Funktionen $\varphi(x)$ und $\vec{E}(x)$ für $0\le x\le d$!

c) Wie groß ist die Kapazität dieses Kondensators?

d) Welche Ladungsmenge trägt jede der beiden Kondensatorplatten?

e) Welche elektrostatische Feldenergie ist in diesem Kondensator gespeichert?