

✓ **1.** **Lösungen der Wellengleichung:** Die eindimensionale Wellengleichung für eine Funktion $u(x, t)$ lautet:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

- a) Man zeige, dass $u(x, t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$ eine Lösung der Wellengleichung ist und leite daraus einen Zusammenhang zwischen ω und k ab.
- b) Man führe $u(x, t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$ in eine Linearkombination von Produkten aus \sin und \cos -Termen über, zeige, dass diese Funktion ebenfalls die Wellengleichung erfüllt und zum selben Zusammenhang zwischen ω und k führt.

✓ **2.** Eine elektromagnetische Welle im Vakuum breitet sich in die z -Richtung aus und hat das elektrische Feld

in Form: $\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \cos(k \cdot z - \omega \cdot t)$

- a) Warum ist die z -Komponente dieser Welle Null? (Begründung aus Maxwell Gleichungen)
- b) Welche Polarisation hat diese Welle?
- c) Berechnen Sie das magnetische Feld dieser Welle.
- d) Berechnen Sie den Poynting-Vektor dieser Welle.

3. Ein **15 km** entfernter **50 W-Radiosender** emittiere senkrecht polarisierte Radiowellen.

→ Wie groß ist der Maximalwert der augenblicklichen Spannung, welche die Elektronen in einer lokalen Empfangsantenne erregt? (*Lösung:* $U = 632 \mu\text{V}$)

Bemerkung: Die Antenne sei **20 cm** lang und senkrecht aufgestellt. Vernachlässigen Sie alle Reflexionen am Boden!

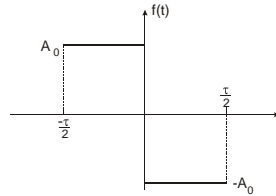
✓ **4.** Ein **50 m** langer, gerader Kupferdraht (spezifischer Widerstand $\rho = 1,7 \mu\Omega\text{cm}$) mit dem Radius $r = 2 \text{ mm}$ wird von einem Strom von **30 A** durchflossen.

- a) Man berechne \mathbf{E} und \mathbf{B} an der Oberfläche des Drahtes. (*Lösung:* $\mathbf{E} = 40,58 \cdot \mathbf{e}_z \text{ mVm}^{-1}$, $\mathbf{B} = 3 \cdot \mathbf{e}_\phi \text{ mT}$)
- b) Unter Kenntnis von \mathbf{E} und \mathbf{B} berechne man den Poynting-Vektor \mathbf{S} an der Drahtoberfläche. (*Lösung:* $\mathbf{S} = -96,89 \cdot \mathbf{e}_r \text{ Wm}^{-2}$)
- c) Vergleichen Sie durch den Poynting-Vektor transportierte Energie mit den Wärmeverlusten in diesem Leiter

Bitte Seite wenden!

5. **Fourier-Integral:**

In der folgenden Skizze ist eine Funktion $f(t)$ dargestellt.



- a) Wie lautet die Definitionsgleichung von $f(t)$.
- b) Berechnen Sie die **Fourier-Transformierte** $F(\omega) = A(\omega) + iB(\omega)$ der Funktion $f(t)$.

Hinweis: Führen Sie die Fourier-Transformation in komplexer Form durch! Verwenden Sie die Beziehungen $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$ und $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$.

6. **Wellengleichung und Randbedingungen:** Die eindimensionale Wellengleichung für eine Funktion $u(x, t)$ lautet:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$u(x, t)$ sei folgenden Randbedingungen unterworfen: $u(x = 0, t) = 0$ und $\left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \forall t$

- a) Finden Sie einen Lösungsansatz welcher die Randbedingungen erfüllt.
- b) Berechnen Sie die **Kreisfrequenz** ω_n sowie die Wellenlänge λ_n der **n-ten Eigenschwingung** von $u(x, t)$.