

1. Gegeben seien zwei Punktladungen an folgenden Orten:  $Q_1 = -4 \text{ C}$  in  $(x_1, y_1) = (-2, 0) \text{ m}$  und  $Q_2 = 1 \text{ C}$  in  $(x_2, y_2) = (2, 0) \text{ m}$ .

a) Man berechne die einzelnen **Komponenten**, sowie **Betrag** und **Richtung** des **elektrischen Feldes** im

Punkt  $(x, y) = (0, 3) \text{ m}$ . (Lösung:  $\vec{E} = -\frac{k}{13\sqrt{13}} \begin{pmatrix} 10 \\ 9 \end{pmatrix} \text{Vm}^{-1}$ )

b) In welchem Punkt ist das elektrische Feld null? Gibt es mehrere derartige Punkte?

(Lösung:  $\vec{E}(6, 0) = \vec{0}$ )

2. **Thomsonsches Atommodell**: Eine **positive Ladung**  $q$  sei homogen über eine Vollkugel mit dem **Radius**  $R$  verteilt. In der Mitte der Kugel befinde sich eine **punktförmigen negative Ladung**  $-q$ .

a) Berechnen Sie das **Elektrische Feld**  $\vec{E}$  und das **Potential**  $\phi$  dieser Ladungsanordnung im gesamten Raum.

(Lösung: Potential im inneren der Kugel:  $\phi(r) = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left( \frac{3}{2 \cdot R} - \frac{r^2}{2 \cdot R^3} - \frac{1}{r} \right)$ )

b) Berechnen Sie die **Energie**  $W$ , welche nötig ist, um die negative **Punktladung aus dem Zentrum der Kugel ins Unendliche zu befördern**, zunächst allgemein und dann für  $R = 0,53 \text{ \AA}$  (1. Bohr'scher Radius) und  $q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  (Elementarladung).

(Lösung:  $W = 6,53 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ )

Hinweis: Benutzen Sie das Superpositionsprinzip und das Gauss'sche Gesetz der Elektrostatik.

3. Überprüfen Sie, ob die beiden Funktionen  $f(x, y) = x^2 + y^2$  und  $g(x, y) = x^2 - y^2$  der zweidimensionalen Laplacegleichung

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$

genügen.

→ Berechnen Sie außerdem den Gradienten von  $g(x, y)$  in den vier Punkten  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, -1)$ ,  $(-1, 0)$ .

4. Gegeben sind zwei **Punktladungen**  $Q_1$  und  $Q_2$ . Es gelte:  $|Q_1| > |Q_2|$ . Weiters seien die **Vorzeichen** von  $Q_1$  und  $Q_2$  **entgegengesetzt**.  $Q_1$  befinde sich **im Ursprung**,  $Q_2$  liege **im Punkt**  $x = b$ .

a) Man bestimme jene Punkte  $x_1$  und  $x_2$  auf der  $x$ -Achse, in denen das **Potential null** ist.

b) Man zeige, dass auf der **Oberfläche einer Kugel**, welche **die Punkte**  $x_1$  und  $x_2$  **beinhaltet und deren Mittelpunkt auf der  $x$ -Achse liegt**, das **Potential** dieser Ladungsanordnung **ebenfalls null** ist.

5. Gesucht sind Potential und Stärke des elektrostatischen Feldes einer kreisförmigen Platte vom Radius  $R = 0,1 \text{ m}$  im Abstand  $d = 0,2 \text{ m}$  senkrecht über dem Mittelpunkt der Platte. Die Platte trage die Ladung  $Q = 1 \text{ \mu C}$  und befinde sich im Vakuum. (Lösung:  $\phi = 42,4 \text{ kV}$ ,  $E = 1,9 \cdot 10^5 \text{ Vm}^{-1}$ .)

6. Bei ungestörtem schönen Wetter beträgt das senkrecht nach unten gerichtete elektrische Feld in Bodennähe  $E_1 = 130 \text{ Vm}^{-1}$  und in  $h = 10 \text{ km}$  Höhe  $E_2 = 4 \text{ Vm}^{-1}$ .

a) Berechnen Sie daraus die **Flächenladungsdichte**  $\sigma$  der Erdoberfläche und die (als homogen angenommene) **Raumladungsdichte**  $\rho$  der Atmosphäre. (Lösung:  $\rho = 1,12 \cdot 10^{-13} \text{ Cm}^{-3}$ )

b) Welche **Potentialdifferenz**  $U$  herrscht zwischen Erdoberfläche und 10 km Höhe?

(Lösung:  $U = 670 \text{ kV}$ )