Grundlagen der Physik IIa - Übungen

Ass.Prof. Dr. R.A. Wilhelm
wilhelm@iap.tuwien.ac.at
TU Wien - Grundlagen der Physik IIa (130.003) 2023S

INSTITUT FÜR ANGEWANDTE PHYSIK
Institute of Applied Physics

27.04.2023

Aufgabe 6.1 - 1 Pkt.

Bestimmen Sie die Selbstinduktivität pro Längeneinheit eines langen Koaxialkabels, dessen Innenleiter den Radius r_1 und dessen Außenleiter den Radius r_2 hat (siehe Abbildung). Nehmen Sie an, dass die Leiter dünn sind. Die beiden Leiter führen den Strom I in entgegengesetzter Richtung.

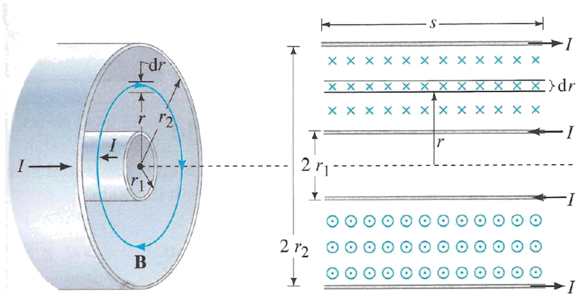

Figure 1: Skizze des Problems.

Lösung: $\frac{L}{s} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$

Aufgabe 6.2 - 1 Pkt.

Ein langer dünner Draht und eine kleine quadratische Drahtschleife mit der Seitenlänge a liegen nicht in einer Ebene (siehe Abbildung). Entnehmen Sie die Details der Skizze.
Bestimmen Sie die Gegeninduktivität in Abhängigkeit von d und a. Nehmen Sie an, dass der Draht im Vergleich zu d und a sehr lang und der Rest des Stromkreises weit entfernt ist.

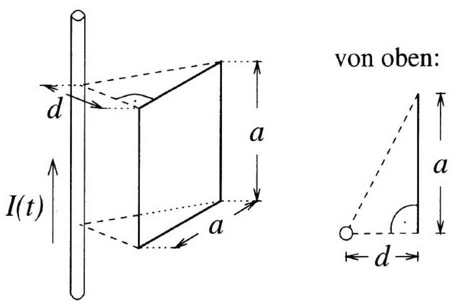

Figure 2: Skizze des Problems.

Lösung: $L_{12} = \frac{\Phi_2}{I_1} = \frac{\mu_0 \cdot a}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{\sqrt{d^2+a^2}}{d}\right)$

Aufgabe 6.3 - 2 Pkt.

Eine verlustbehaftete Spule ($R = 0.01\,\Omega$, $L = 0.5\,\mathrm{mH}$) wird zum Zeitpunkt $t = 0$ durch das Schließen eines Schalters S mit einer Batterie ($U_0 = 12\,\mathrm{V}$) verbunden.

(a) Berechnen Sie zunächst allgemein den Strom $I(t)$ für $t > 0$.
(b) Zu welchem Zeitpunkt nach dem Schließen des Kreises erreicht der Strom 90% seines Endwertes?
(c) Wie groß ist der Energiebetrag, der zu diesem Zeitpunkt im Magnetfeld gespeichert ist und wie viel Energie wurde der Batterie bis dahin entnommen?

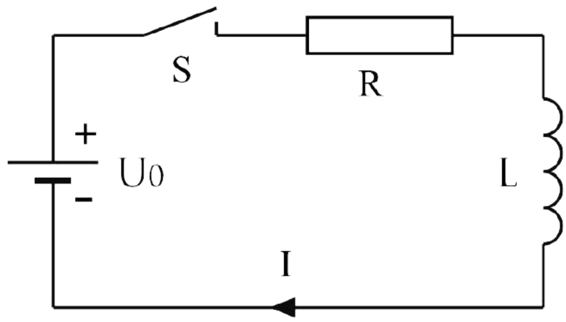

Figure 3: Skizze des Problems.

Lösung: (a) $I(t) = \frac{U_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$, (b) 115 ms, (c) $W_{magn} = 292\,\mathrm{J}$, $W_{entnommen} = 1010\,\mathrm{J}$

Aufgabe 6.4 - 3 Pkt.

Gegeben sei der in der Abbildung dargestellte RCL-Schwingkreis (entspricht der Parallelschaltung einer verlustfreien Induktivität mit einem verlustbehafteten Kondensator). Der Schwingkreis werde zunächst mit einem elektrischen Puls angeregt und dann sein zeitliches Verhalten untersucht.

(a) Stellen Sie zunächst die Schwingungsgleichung auf. Verwenden Sie hierzu, dass die Summe der Ströme an einem Knoten gleich Null ist (Kirchhoff 1). Schreiben Sie die Differentialgleichung mit den Termen von U, dU/dt und d^2U/dt^2 an.
(b) Lösen Sie diese Differentialgleichung allgemein.
(c) Für welchen Wert von R erhalten wir nun den aperiodischen Grenzfall, wenn gilt: $L = 0.1\,\mathrm{mH}$ und $C = 100\,\mathrm{nF}$.
(d) Wenn R einen größeren Wert hat als unter Punkt (c) berechnet, erhalten wir eine gedämpfte Schwingung. Berechnen Sie die Dämpfungskonstante γ und die Kreisfrequenz ω der gedämpften Schwingung. Unterscheidet sich ω von $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$?

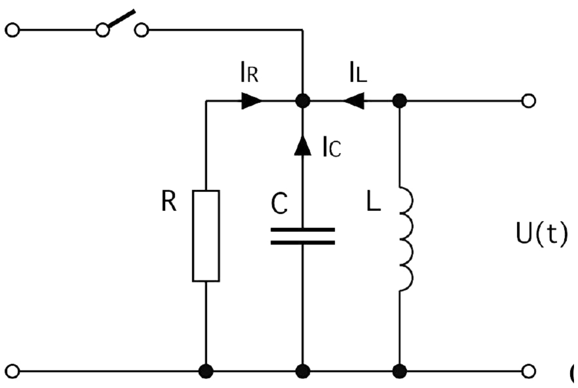

Figure 4: Skizze des Problems.

Lösung: (a) $\ddot{U} + \frac{1}{CR}\dot{U} + \frac{1}{CL}U = 0$, (b) $U = A_1 e^{-(\alpha-\beta)t} + A_2 e^{-(\alpha+\beta)t}$, (c) $15.8\,\Omega$, (d) $\gamma = \frac{1}{2RC}$, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

Aufgabe 6.5 - 3 Pkt.

Die in der Abbildung gezeigte Schaltung kann als elektrischer Bandpassfilter verwendet werden. Ermitteln Sie zunächst die Differentialgleichungen für I_A und I_B. Finden Sie weiters die Normalkoordinaten (geeignete Kombination der Ströme I_A und I_B) des Systems. Bestimmen Sie dann die Eigenfrequenzen (Moden) des nicht angetriebenen Systems (ohne Antriebsspannung $U(t)$). Bestimmen Sie dann die stationären Lösungen der inhomogenen Differentialgleichungen für den angetriebenen Oszillator, wenn gilt: $U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t)$ mit dem Ansatz: $I(t) = A_{el} \cdot \cos(\omega t) + A_{ab} \cdot \sin(\omega t)$

($A_{el} \ldots$ elastische Amplitude; $A_{ab} \ldots$ absorptive Amplitude)
Ohmsche Dämpfungswiderstände können vernachlässigt werden.
Geben Sie die Lösungen für I_A und I_B an. Berechnen Sie den Abschwächungsfaktor I_B/I_A.

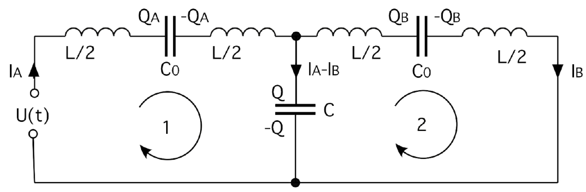

Figure 5: Skizze des Problems.

Lösung: $\frac{I_B}{I_A} = \frac{1}{\frac{C}{C_0} + 1 - \omega^2 LC}$

Aufgabe 6.6 - 2 Pkt.

Eine Batterie (Spannung U) ist über ein widerstandsfreies Koaxialkabel (Radien a, b) mit einem Widerstand R verbunden.
(a) Bestimmen Sie die E und B Felder im Raum zwischen den beiden zylindrischen Leitern des Koaxialkabels. (Hinweis: Um E zu finden, nehmen Sie eine konstante lineare Ladungsdichte λ an, die Sie dann wider eliminieren können).
(b) Berechnen Sie den Poyntingvektor und integrieren Sie ihn über den Kabelquerschnitt. Dies ergibt den totalen Energiefluss durch das Kabel. Zeigen Sie, dass das Ergebnis gleich U^2/R, also dem Ohmschen Verlusten im Widerstand entspricht. Damit kann eine Interpretation des Poyntingvektors für statische E- und B-Felder gefunden werden.

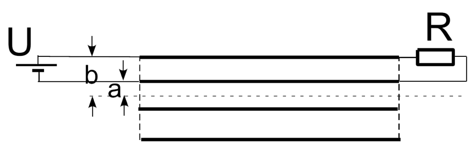

Figure 6: Skizze des Problems.

Lösung: (a) $E(r) = \frac{2\pi\varepsilon_0 U}{2\pi r \varepsilon_0 \ln(b/a)} = \frac{U}{r\ln(b/a)}$, $B_\varphi(r) = \frac{\mu_0}{2\pi r} I = \frac{\mu_0}{2\pi r}\frac{U}{R}$, (b) $S = \frac{U^2}{R}\frac{1}{2\pi r^2 \ln(b/a)}$