Grundlagen der Physik IIb
Aufgabenbeispiele (schriftliche Prüfung)

Beachten Sie insbesondere die mit einem ★ markierte Folien sowie Nebenrechnungen (TISS).

Kap 7. Wellen im Vakuum

Ein Sender strahlt eine elektromagnetische Welle ab, wobei das elektrische Feld im Fernfeld durch **$E(t) = (0,E_0,0) \sin(\omega t-kx)$**) gegeben ist.
a) Berechnen Sie und zeichnen Sie die ***E*** und ***B*** Felder dieser Welle und den Poynting-Vektor in das Koordinatensystem ein.
b) Wie groß ist die in einer Leiterschleife induzierte Spannung U(t), wenn diese einen Querschnitt A ($A \ll \lambda^2$) hat und im Fall (b1) in der **xy** Ebene bzw. im Fall (b2) in der **yz** Ebene liegt?

Warum sind ebene elektromagnetische Wellen in Vakuum transversal?

Was sind ebene harmonische EM Wellen?
Ausgehend von Maxwell Gleichungen leiten sie das Verhältnis zwischen E und B für eine ebene harmonische Welle in Vakuum.

Zeigen Sie, dass für eine Ebene Welle die Flächen konstanter Phase ebenfalls Ebenen sind.

Ausgehend aus Maxwell Gleichungen, $rot(H) = \partial D/\partial t$, $rot(E) = -\partial B/\partial t$ leiten sie die Wellengleichung in Vakuum. Zeigen Sie, dass im eindimensionalen Fall alle Funktionen $f(\omega t-kx)$ Lösungen der Wellengleichung sind.
Zeigen Sie, dass im dreidimensionalen Fall alle Funktionen $f(\vec{\boldsymbol{k}}\vec{\boldsymbol{r}} - \boldsymbol{\omega t})$ Lösungen der Wellengleichung sind.

Wie ist der Wellenimpedanz (a) eines Wellenleiters und (b) des Vakuums definiert? Leiten Sie den Wellenimpedanz des Vakuums für Ebene Wellen.

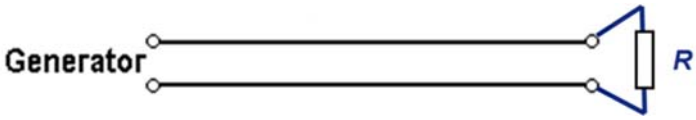
Ein langer Draht trägt konstanten Strom I. Finden Sie den Zusammenhang zwischen der im Draht absorbierten Jouleschen Wärme und dem Poynting Vektor.

Ausgehend von der Energie der elektromagnetischen Welle leiten Sie den Ausdruck für den Impuls der Welle.

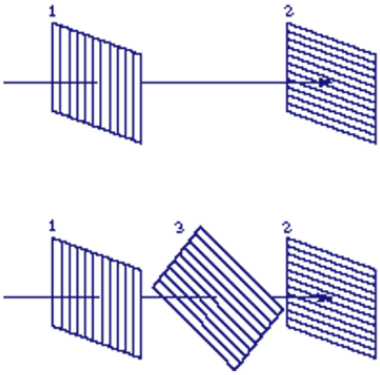
Zeigen Sie, dass eine zirkular polarisierte Welle in zwei linear polarisierte Wellen zerlegt werden kann.

Zeigen Sie, dass eine linear polarisierte Welle in zwei zirkular polarisierte Wellen zerlegt werden kann.

Ein Wellenleiter (z.B. aus Doppeldraht) mit Wellenimpedanz Z_0 wird an einem Ende mit Widerstand R abgeschlossen (siehe Bild). Berechnen Sie den Reflexionskoeffizient dieses Leiters für die von links kommende Welle $U=U_0e^{i(kz-\omega t)}$



Zwei Polarisatoren 1 und 2 werden mit unpolarisiertem Licht vom links bestrahlt und sie sind senkrecht zueinander angeordnet (kein Licht geht durch). Im nächsten Schritt wird ein Polarisator 3 platziert um einen Winkel θ zu Pol. 1 gedreht (siehe Bild).
Zeichnen Sie die relative Amplitude und Richtung des E-Feldes rechts von Polarisatoren 1,3 und 2.
Berechnen Sie die relative Intensität des Lichts rechts von Pol. 2 als Funktion von θ.



Eine elektromagnetische Welle im Vakuum hat das elektrische Feld in Form: $E(r,t) = E_0\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\cos(kz-\omega t)$.

a) Warum ist die z-Komponente dieser Welle Null? (nur Begründung, keine Rechnung)
b) Welche Polarisation hat diese Welle?
c) Geben Sie das magnetische Feld dieser Welle (Nur Antwort, keine Rechnung)
d) Geben Sie die physikalische Bedeutung des Poynting-Vektors.
e) Berechnen Sie den Poynting-Vektor dieser Welle.

a. Wie ist der Poynting Vektor definiert?
b. Durch einen langen Leiter mit Widerstand R (Länge L, Durchmesser D) fließt ein konstanter Strom *I*.
Berechnen Sie den Poynting Vektor im gesamten Raum außerhalb des Leiters.
c. Vergleichen Sie die durch den Poynting Vektor transportierte Energie mit Wärmeverlusten in diesem Leiter.

Kap 8. Wellen in Materie

Berechnen Sie aus dem Fermat'schen Prinzip das Brechungsgesetz.

Berechnen Sie aus dem Fermat'schen Prinzip das Reflexionsgesetz.

Eine elektromagnetische Welle mit E-Feld parallel (oder senkrecht) zu der Einfallebene fällt auf eine Grenze Luft/Materie unter schrägem Winkel. Schreiben Sie die vier Grenzbedingungen für die Felder der transmittierten und reflektierenden Welle als Funktion des Einfallswinkels.

Beschreiben Sie die Vektoren der E und H-Felder beim Einfall einer ebenen Welle auf eine Grenze zwischen zwei Materialien (s-Polarisation, p-Polarisation). Schreiben Sie die 4 Grenzbedingungen in diesem Fall. (die Richtungen der k-Vektoren können als bekannt angenommen werden).

Eine ebene elektromagnetische Welle fällt auf eine ebene Metalloberfläche unter Winkel α und mit E-Feld in der Einfallsebene. Schreiben Sie die Grenzbedingungen im Falle eines perfekten Metalls. Berechnen Sie daraus den Reflektionskoeffizienten.

Leiten Sie - ausgehend von den Maxwellgleichungen - die Wellengleichung für elektromagnetische Wellen in sehr dünnem Plasma. Dieses Medium sei charakterisiert durch $\varepsilon=1$, $\mu=1$, und σ=const (reeller Wert). Bestimmen Sie daraus auch den Brechungsindex n als Funktion der Frequenz.

Gruppengeschwindigkeit in dispergierenden Medien. Ein Medium besitzt eine lineare Dispersionsrelation $n = n_0 + \alpha\omega$, mit konstanten n_0, α und mit $\alpha\omega << n_0$. Berechnen Sie den ersten Korrekturterm zu der Gruppengeschwindigkeit im Vergleich zu den Fall $\alpha = 0$.

Warum haben transparente Kristalle im optischen Bereich eine positive Dispersion, $\partial n/\partial\omega > 0$? Zeigen Sie, dass diese Dispersion als $n=n_0+A\omega^2$ dargestellt werden kann.

Bestimmen Sie die Reflexion eines guten Metalls beim senkrechten Einfall bei niedrigen Frequenzen. Annahmen (Hagen-Rubens Limit): $\sigma^*=\sigma_1+i\sigma_2\approx\sigma_0$ (σ_0 – statische Leitfähigkeit), $\varepsilon_1 << \sigma_0/\varepsilon_0\omega$ (d.h., dielektrischer Beitrag kann vernachlässigt werden).

Was versteht man unter einem l/4 bzw. l/2 Plättchen und welche Wirkung haben sie für einfallendendes linear polarisiertes Licht?

Ein linear polarisierter Strahl fällt auf ein $\lambda/4$ Plättchen. Der Winkel zwischen die Polarisation und der optischen Achse des Plättchen ist α.
a) Berechnen Sie die Polarisation beim Austritt al Funktion von α.
b) Besprechen Sie zusätzlich 4 Spezialfälle: $\alpha = 0^o, 90^o, +45^o, -45^o$.

Berechnen Sie die beiden Brechungsindizes ($n=kc/\omega$) sowie beide Polarisationen (E_x/E_y) für elektromagnetische Welle entlang z-Richtung (d.h. k=(0,0,k)) im Material mit folgenden dielektrischen Tensor:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \mathbf{1.5} & \mathbf{0.5} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0.5} & \mathbf{1.5} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

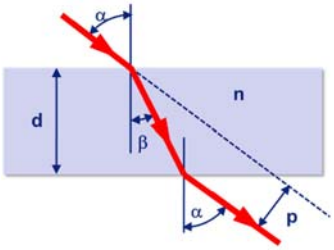
Die z-Komponente des E-Vektors darf als 0 angenommen werden (warum?). Die Wellengleichung in diesem Fall lautet: $k^2\bar{E} = \frac{\omega^2}{c^2}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\bar{E}$.

Ein moderner Fensterglas besteht aus 3 Glasscheiben mit Brechungsindex $n \approx 1.52$. Schätzen Sie mit Genauigkeit von 5° bei welchen Einfall die Intensität des unpolarisierten Sonnenlichts in Transmission um 50% geschwächt wird.

Kap9. Geometrische Optik

Leiten Sie die Abbildungsgleichung eines sphärischen Spiegels ab und konstruieren Sie das Bild eines Gegenstandes in verschiedenen Lagen zum Brennpunkt.

Zeigen Sie, dass nach Durchgang einer planparallelen Glasplatte (Dicke d, Brechungsindex n, Einfallswinkel α) der gebrochene Strahl bleibt parallel zu dem einfallenden Strahl, und nur seitlich verschoben ist. Berechnen Sie diese Verschiebung (p).



Bertimmen Sie den Ablenkwinkel einer Prisma mit Prismenwinkel γ und Brechungsindex n:
a) im symmetrischen Fall (Antrittswinkel gleich Austrittswinkel)
b) beim senkrechten Einfall
c) Bestimmen Sie die Näherung beider Formel für $\gamma \ll 1$.

Ein Fisch unter Wasser (Brechungsindex n) und in der Tiefe H_0 wird von einem Beobachter in der niedrigeren Tiefe H_1 und unter einem Winkel α (zum Lot) gesehen. Bestimmen Sie das Verhältnis H1/H0:
a) im Allgemeinfall
b) für $\alpha \approx 0$ (senkrechter Sicht, Bestimmung durch geometrische Konstruktion)

Eine flache Wellenfront fällt auf eine dünne plankonvexe Linse mit Oberflächen-Radius R, Durchmesser D, und Brechungsindex n. Berechnen sie die Krümmung der Wellenfront direkt nach der Linse. Welcher Brennweite entspricht diese Krümmung?

Berechnen Sie die typische Sphärische Aberration eines sphärischen Spiegels mit Krümmungsradius R und Durchmesser D.

Zeigen Sie, dass planparallele Strahlenbündel auf die Fokalebene fokussiert werden.

In einer ausgedehnten Grenzschicht zwischen zwei flachen Medien mit Brechungsindex $n_1=1$ und $n_2=n$ verläuft der Brechungsindex kontinuierlich zwischen 1 und n. Zeigen Sie, dass in diesem Fall trotzdem das Schnelliusche Gesetz $\sin\alpha_2/\sin\alpha_1=n$ gilt, unabhängig von der Dicke der Schicht und vom exakten Verlauf der Brechung an der Grenze.

Matrixmethode der geometrischen Optik. Herleitung von Translationsmatrix, Brechungsmatrix.

Kap10. Interferenz und Beugung

Leiten Sie die Bedingung für die räumliche Kohärenzlänge einer Quelle mit endlicher Ausdehnung:
(räumliche) Kohärenzlänge $d = 2 \lambda L / x$,
wobei: L-Abstand Quelle-Beobachtungspunkt; x-Ausdehnung der Quelle; λ-Wellenlänge.

Interferenz an einer planparallelen Platte unter beliebigen Winkel.

Berechnung einer Antireflexschicht bei normalen Einfall.

Beugung an einem Spalt, einem (dünnen) Doppelspalt, einem (dünnen) unendlichem Gitter.

An einem Schirm befinden sich zwei Spalten der Breite a dicht beieinander und symmetrisch um Koordinatenursprung (Bild). Berechnen Sie in Fraunhofer Näherung das Beugungsbild von Spalt 1 sowie Spalt 2. Zeigen Sie, dass die Summe von beiden Feldern eine Beugungsbild von einem Spalt der Breite 2a entspricht.

Berechnen Sie den Radius und Breite von Fresnelzonen.

Zeigen Sie, dass die Flächen von Fresnelschen Zonen fast gleich sind.

Eine kreisförmige Scheibe mir Radius *R* wird senkrecht mit monochromatischen Licht der Wellenlänge λ beleuchtet. Es wird die Intensität im Punkt *P* im Abstand *L* hinter der Scheibe untersucht. Berechnen Sie die Radien r_n der Fresnelschen Zonen in dieser Geometrie.

Kap11. Optische Geräte

Funktionsweise eines Fernrohres. Herleitung der Formeln für die Vergrößerung und Lichtstärke.

Zwei Spiegel eines Fabry-Perot Interferometers mit Abstand d haben (Intensitäten-) Transmission T und Reflexion R. Berechnen Sie die Transmission (Reflexion) dieses Geräts für die Wellenlänge λ beim normalen Einfall.