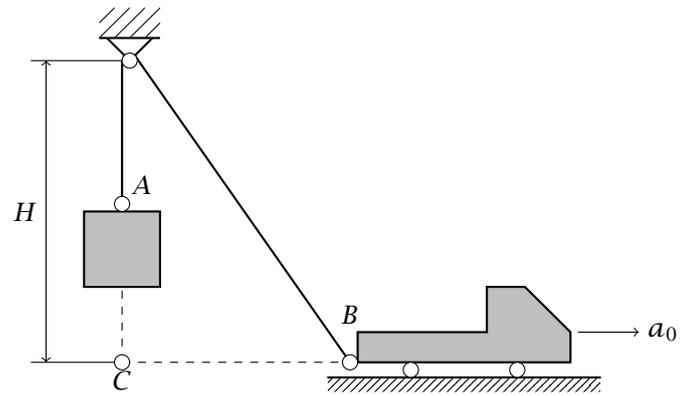


## Bewegung eines Gewichts

Ein LKW hebt über ein dehnstarres Seil (Länge  $2H$ ), das über eine Rolle geführt wird, ein Gewicht an. Der LKW fährt aus dem Stand mit konstanter Beschleunigung  $a_0$  los. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  fallen die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  zusammen. Wie groß sind die Geschwindigkeit  $v(t)$  und die Beschleunigung  $a(t)$  des Gewichts?



## Punktbewegung entlang einer Schraubenlinie

Wir betrachten eine Punktmasse, die sich entlang einer Schraubenlinie bzw. Helix mit vertikaler Achse bewegt. Diese Schraubenlinie besitze die Parameterdarstellung

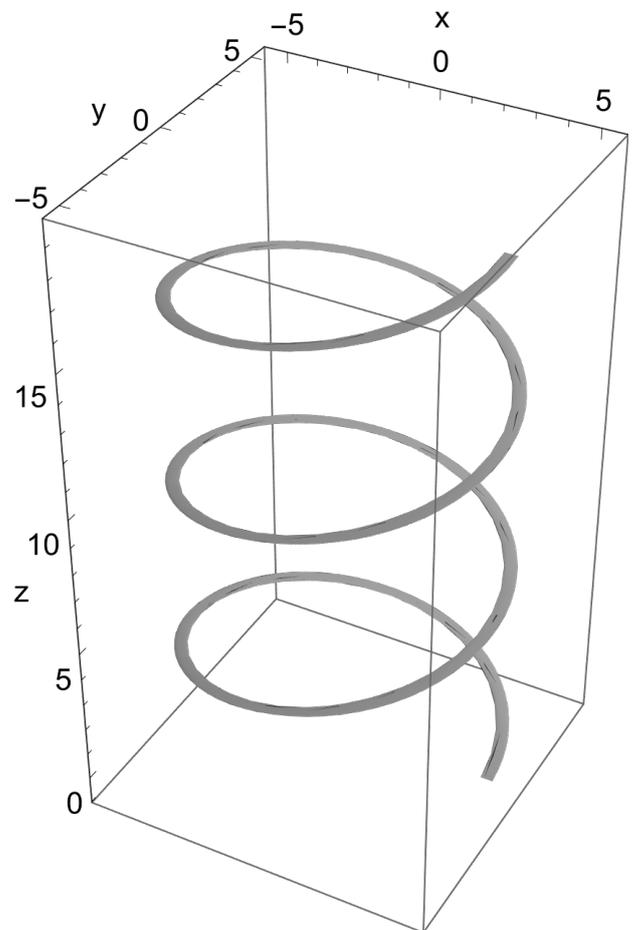
$$\mathbf{r}(\lambda) = (a \cos \lambda, a \sin \lambda, b \lambda)^T.$$

Man bestimme

- Das begleitende Dreibein: Bogenlänge  $s$  als Funktion des Parameters  $\lambda$ , Tangentialvektor, Normalenvektor
- Für eine Masse, die sich mit konstanter Schnelligkeit  $v = ds/dt$  entlang der Kurve bewegt, die Geschwindigkeit und Beschleunigung
- Für eine Masse, die zur Zeit  $t = 0$  mit  $v = 0$  aus der Höhe  $z_0 = b\lambda_0$  losgelassen wird und sich unter dem Einfluss der Schwerkraft mit konstanter Energie

$$E = \frac{\dot{s}^2}{2} + kb\lambda$$

bewegt, die Geschwindigkeit und Beschleunigung.



## Zentralkörperproblem

Ein Massenpunkt  $P$  mit der Masse  $m$  bewegt sich in der Ebene  $z = 0$  so, dass seine Beschleunigung stets zu einem festen Punkt  $O$ , der als Koordinatenursprung gewählt wird, gerichtet ist, also  $a_\varphi = 0$  ist.

- Schreiben Sie die beiden Komponenten der Beschleunigung in Polarkoordinaten an. Aus  $a_\varphi = 0$  ergibt sich eine Differentialgleichung für  $r$  und  $\omega = \dot{\varphi}$ . Versuchen Sie, diese zu lösen. *Hinweis:* Es ergibt sich der KEPLERSche Flächensatz, der eine Beziehung zwischen dem Radius  $r$  und der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  beschreibt,  $F(r, \omega) = \text{const.}$ , aus der  $\omega$  als Funktion von  $r$  und der Konstanten bestimmt werden kann.
- Nach der Elimination von  $\omega$  ergibt sich eine Differentialgleichung 2. Ordnung für  $r$ . Versuchen Sie, diese für den Fall  $a_r = -k/r^2$  so weit als möglich zu lösen. Programme wie Mathematica oder Maple sind dafür hilfreich.

In der Übung wird das Problem auch mit einer alternativen Methode gelöst.