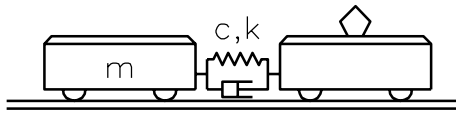


Beispiele für Übung 5

1 Beispiele zu Schwerpunkt und Drallsatz

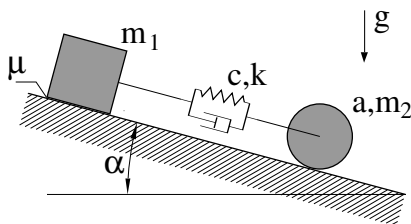
1.1 Bewegung eines Eisenbahnwaggons



Ein Triebwagen mit Anhänger fährt aus der Ruhe mit konstanter Beschleunigung b an. Die beiden Fahrzeuge sind durch ein Feder-Dämpfersystem (c, k , ungedehnte Länge l_0) gekuppelt. Man ermittle das Bewegungsgesetz für den Anhänger.

1.2 Klotz und Scheibe auf schiefer Ebene

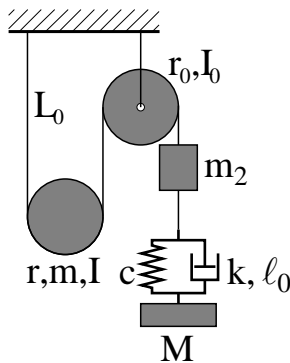
Ein quaderförmiger Klotz der Masse m_1 und eine homogene Kreisscheibe (Masse m_2 , Radius a) sind durch ein Feder-Dämpfersystem (Federkonstante c , Dämpferkonstante k , ungedehnte Länge l_0) verbunden. Der Gleit- bzw. Haft-reibungskoeffizient zwischen dem Klotz und der um α geneigten Unterlage betrage μ ; für die Scheibe werde reines Rollen angenommen.



Gesucht:

1. Skizze der gewählten Lagekoordinaten (Freiheitsgrade)
2. Bewegungsgleichungen für das System mittels Schwerpunktsatz und Drallsatz.
3. Unter welchen Bedingungen bleibt der Klotz in Ruhe?

1.3 Bewegungsgleichungen eines Seilrollensystems (Testbeispiel 2009)

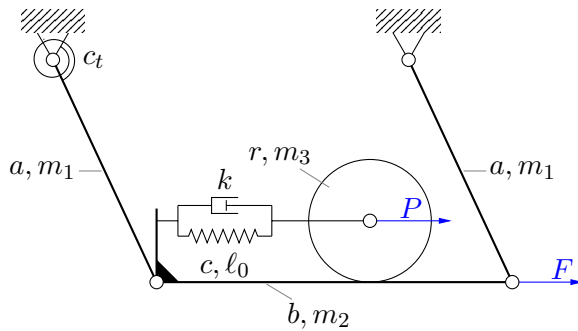


Ein undehnbares Seil der Länge L_0 wird über zwei Rollen (Masse m , Radius r , Trägheitsmoment $I = mr^2/2$ bzw. Radius r_0 , Trägheitsmoment I_0) geführt. Am Ende des Seils hängt eine Masse m_2 . An dieser Masse hängt an einem Feder-Dämpfersystem (Steifigkeit c , Dämpferkonstante k , ungedehnte Länge l_0) eine weitere Masse M . Man ermittle die Bewegungsgleichungen des Systems mithilfe des Massenmittelpunkt- und Drallsatzes.

Annahmen: reines Rollen, die Massenmittelpunkte bewegen sich nur vertikal (kein „Schaukeln“)

1.4 Rolle auf Schaukel

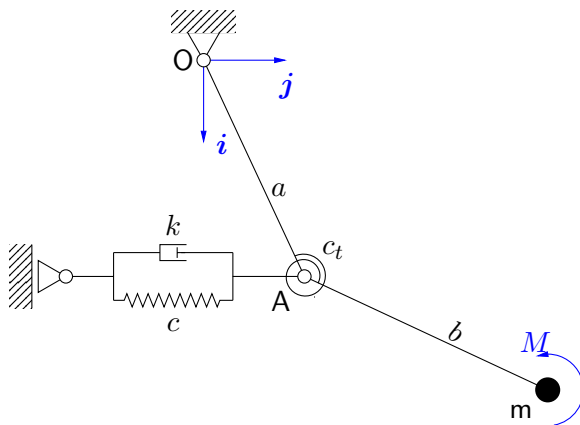
Der skizzierte Schaukelmechanismus besteht aus zwei Pendel mit Länge a und Masse m_1 sowie einer horizontalen Traverse mit Länge b und Masse m_2 . Die beiden Pendel und die Traverse können als dünne Stäbe aufgefasst werden. Auf der Traverse befindet sich eine Rolle mit Radius r und Masse m_3 ; es gilt reines Rollen zwischen Rolle und Traverse.



Eine Drehfeder (Steifigkeit c_T) wirkt der Drehung des linken Pendels entgegen; die Drehfeder ist in der vertikal hängenden Lage entspannt. Die translatorische Bewegung der Rolle auf der Traverse wird durch ein Feder-Dämpfer-System (Federsteifigkeit c , ungedehnte Länge ℓ_0 , Dämpferkonstante k) eingeschränkt. Zwei horizontale Kräfte P im Mittelpunkt der Rolle und F am rechten Ende der Traverse wirken von außen auf das

System. Wenden Sie Schwerpunktsatz und Drallsatz an und geben Sie das daraus resultierende Gleichungssystem an, aus dem die Bewegungsgleichungen und Reaktionskräfte ermittelt werden können.

1.5 Doppelpendel



Es wird ein Doppelpendel betrachtet, das aus zwei masselosen Pendelstäben mit Längen a, b und einer Punktmasse m am Ende des zweiten Pendels besteht. Als externe Belastung wird ein konzentriertes Moment M am Ende des zweiten Pendels eingeleitet. Ein Feder-Dämpfer-System (Parameter: c, k) und eine Drehfeder (Steifigkeit c_t) wirken der freien Bewegung des Systems entgegen. Das FD-System wird mit der Bewegung des Gelenkpunktes A mitgeführt, sodass es stets horizontal ausgerichtet bleibt

(F_c und F_k wirken horizontal). Die lineare Feder ist entspannt, wenn das erste Pendel vertikal steht. Die Drehfeder ist entspannt, wenn die beiden Pendelstäbe in einer geraden Linie ausgerichtet sind. Das Inertialsystem wird von der kartesischen Basis $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$ im Ursprung O aufgespannt (Normalrichtung $\mathbf{k} = \mathbf{i} \times \mathbf{j}$). Wenden Sie Schwerpunktsatz und Drallsatz an und geben Sie das daraus resultierende Gleichungssystem an, aus dem die Bewegungsgleichungen und Reaktionskräfte ermittelt werden können.

2 Theoriefragen

1. Wie lautet das Galileische Trägheitsgesetz?
2. Wodurch unterscheidet sich ein Inertialsystem von einem beliebigen Bezugssystem?
3. Ein Körper bewege sich mit konstanter Geschwindigkeit geradlinig gegenüber einem Inertialsystem. Ein körperfestes System wird mit dem Körper mitbewegt. Ist das körperfeste System auch ein Inertialsystem?
4. Ein polares System rotiert in der Ebene mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω gegenüber einem raumfesten Inertialsystem. Warum ist das polare Führungssystem

kein Inertialsystem?

5. Wie viele Gleichungen liefert das dynamische Grundgesetz für das klassische Kontinuum? Ist es richtig, dass die daraus abgeleiteten Gesetze (Schwerpunkt- und Drallsatz) nur für den starren Körper gültig sind?
6. Ein fester Körper fällt im homogenen Schwerfeld mit konstanter Fallbeschleunigung g . Welcher Volumskraftdichte sind die materiellen Punkte ausgesetzt?
7. Was besagt das nach Boltzmann benannte Axiom?
8. Formulieren Sie Schwerpunktsatz und Drallsatz in Worten. Welche Bedingungen entsprechen diesen Gleichungen im statischen Fall?
9. Geben Sie die Eulerschen Kreiselgleichungen an. Auf welches spezielle Bezugssystem sind die Eulerschen Kreiselgleichungen bezogen? Warum wäre eine äquivalente Formulierung in einem raumfesten kartesischen System ungünstig?
10. Wenden Sie den Drallsatz an, um die Bewegungsgleichung eines physikalischen Pendels zu formulieren. Das Massenträgheitsmoment um den Schwerpunkt im Abstand ℓ vom Lagerpunkt sei I_S .
11. Wie lautet die Bewegungsgleichung für die freie Bewegung (ohne eingeprägte Kräfte) einer rollenden homogenen Kreisscheibe mit Masse m und Radius r ? Geben Sie auch die Bestimmungsgleichungen für die Reaktionskräfte an.