

3. Übung am 16. November 2007

Institut für Allgemeine Physik
Grundlagen der Physik III

Beispiel 10

Wir betrachten ein typisches Doppelspaltexperiment. Der Abstand der beiden Spalte betrage d sowie die Spaltbreite w , wobei $w < d$ gelte. Die Wellenfunktion sei in der Ebene der Spalten durch folgende Form gegeben:

$$\psi(x) = \begin{cases} C & \text{für } -\frac{d}{2} - \frac{w}{2} \leq x \leq -\frac{d}{2} + \frac{w}{2} \\ C & \text{für } \frac{d}{2} - \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{d}{2} + \frac{w}{2} \\ 0 & \text{für sonst} \end{cases}$$

a) Bestimmen Sie die Normalisierungskonstante C der Wellenfunktion

b) Bestimmen Sie $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$ für die Bedingung $w \ll d$.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $\phi(k)$, ein Teilchen mit Impuls $p \in [p, p + dp]$ zu messen. (Es gelte dabei $w \ll d$ nicht!)

d) Erklären Sie qualitativ (keine Rechnung), wie sich das Interferenzmuster an einem weit entfernten Schirm ändern würde, wenn die Wellenfunktion folgende Form hätte:

$$\psi(x) = \begin{cases} C & \text{für } -\frac{d}{2} - \frac{w}{2} \leq x \leq -\frac{d}{2} + \frac{w}{2} \\ Ce^{i\varphi} & \text{für } \frac{d}{2} - \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{d}{2} + \frac{w}{2} \\ 0 & \text{für sonst} \end{cases}$$

wobei φ reell und konstant sei.

[1 Punkt]

Beispiel 11

In einer Rutherford-Rückstreuung wird die Struktur eines Atoms durch α -Teilchen Rückstreuung bestimmt und die Existenz eines Kernes festgestellt. Auf ähnliche Weise kann die Struktur des Kernes z.B. durch Elektronenrückstreuung bestimmt werden.

a) Angenommen ein Elektronenrückstreuexperiment soll eine räumliche Protonen-Struktur mit $R = 10^{-15} \text{m}$ auflösen, wie groß muss dann der Impuls der Elektronen sein. Entspricht dies einer relativistischen Situation?

b) Berechnen Sie die benötigte Elektronenenergie. Das Protonentarget befinde sich in Ruhe.

c) Um wieviel mehr oder weniger Energie würde man für die Auflösung der identischen Struktur benötigen, wenn man an Stelle der Elektronen Protonen verwendete (d.h. Proton-Proton-Streuung)?

[1 Punkt]

Beispiel 12

Wir betrachten wieder ein typisches Doppelspaltexperiment, diesmal für Photonen. Die Wellenfunktion, dass ein Photon von der Quelle zum Spalt 1 laufe sei $|a_1\rangle$, dass es dort in eine Richtung ϑ gestreut werde $\psi_1(\vartheta)$, und dass es dann ungehindert bis an die entsprechende Position am Schirm laufe sei $|b_1\rangle$. Analog: Die Wellenfunktion, dass ein Photon von der Quelle zum Spalt 2 laufe sei $|a_2\rangle$, dass es dort in eine Richtung ϑ gestreut werde $\psi_2(\vartheta)$, und dass es dann ungehindert bis an die entsprechende Position am Schirm laufe sei $|b_2\rangle$.

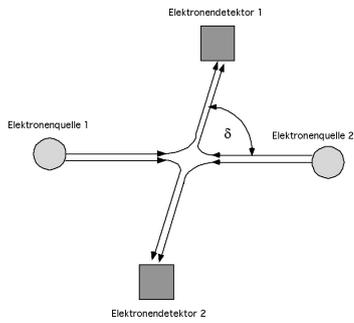
a) Wie lautet die Wellenfunktion $\psi(\vartheta)$ und die Wahrscheinlichkeit, dass ein Photon in der Position, die dem Winkel ϑ entspricht, auf dem Schirm gemessen wird? (Zeigen Sie also, dass das Photon mit sich selbst interferiert). Sie sollen dazu Fernfeldbedingungen annehmen.

b) Nehmen wir nun an, wir hätten zwei identische Quellen an der selben Stelle und diese würden unabhängig voneinander je ein Photon aussenden. Werden diese miteinander interferieren? Wie lautet die Wellenfunktion bzw. die Wahrscheinlichkeit, dass beide Photonen am selben Ort am Schirm detektiert werden. Was ändert sich, wenn die Quellen viele Photonen aussenden?

[1 Punkt]

Beispiel 13

Betrachten Sie die Streuung unpolarisierter Elektronen gemäß der Abbildung:



Berechnen Sie quantenmechanisch (d.h. unter Berücksichtigung der Welleneigenschaften der Elektronen) die Wahrscheinlichkeit, Elektronen im Elektronendetektor 1 nachzuweisen (und zwar als Funktion des Streuwinkels δ). Geben Sie die Wahrscheinlichkeit als

Funktion der allgemeinen Streuamplitude $f(\delta)$ an. Berücksichtigen Sie dabei Folgendes:

a) Elektronen können 2 unabhängige Spinzustände \uparrow und \downarrow annehmen. Unpolarisierte Elektronen nehmen zu 50% \uparrow und zu 50% \downarrow -Zustände ein.

b) Bei Elektronen (Fermiteilchen) addieren sich die Wahrscheinlichkeitsamplituden bei der Interferenz mit negativem Vorzeichen (negativer Phase).

[Hinweis: Die einzelnen physikalischen Prozesse müssen nicht explizit (z.B. Coulombwechselwirkung etc.) bekannt sein. Fassen Sie das Erreichen eines speziellen Zustandes als quantenmechanische Wahrscheinlichkeit auf. (Vorgang in Analogie zum Doppelspaltversuch)]

[1 Punkt]