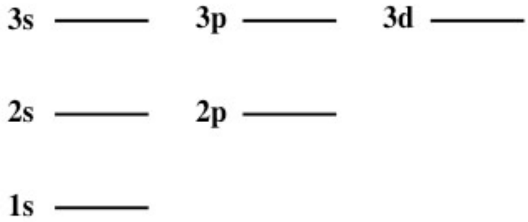
Institut für Allgemeine Physik

UE Grundlagen der Physik III WS 2007/08

9. Übung am 18. 1. 2008

33. Wasserstoffatom:

Gegeben ist folgendes vereinfachtes Termschema des H-Atoms:



a) Berechnen Sie die Lebensdauern der eingezeichneten Niveaus unter Verwendung der beigefügten Tabelle.

b) Berechnen Sie die natürlichen Linienbreiten $\delta\lambda_n$ der Übergänge 3s -> 2p, 3p -> 2s und 3d -> 2p.

c) Berechnen Sie die Dopplerbreite $\delta\lambda_D$ dieser Übergänge bei Raumtemperatur (T = 298 K).

34. Laser (Teil 1):

Auf ein Ensemble von gleichartigen Atomen, welche idealisiert durch zwei nicht entartete Energieniveaus 1 und 2 (Grundzustand und angeregter Zustand; statistische Gewichte $g_1=g_2=1$) beschrieben werden, fällt zum Zeitpunkt t = 0 eine intensive Laserstrahlung (Dauerstrichlaser), deren spektrale Energiedichte w_ν in der Nähe des Übergangs 2 nach 1 ein Maximum aufweist.

a) Die möglichen Übergangswahrscheinlichkeiten und damit die Änderungen der Besetzungszahlen N_1 und N_2 der beiden Zustände pro Zeiteinheit sind durch die Einsteinkoeffizienten A_{21}, B_{21} und B_{12} gegeben. Stellen Sie Ratengleichungen auf, welche die zeitliche Änderung der Besetzungszahlen N_1 und N_2 beschreiben.

b) Bevor Sie das Gleichungssystem lösen, überlegen Sie, welche Anfangsbedingungen sinnvoll sind: Wie ist das angeregte Niveau im Verhältnis zum Grundzustand vor der Wechselwirkung mit dem Laser besetzt (Raumtemperatur ca. 300 K), wenn es einige eV über dem Grundzustand liegt?

c) Lösen Sie das Differentialgleichungssystem (allgemein).

Skizzieren Sie die Lösungsfunktionen $N_1(t)$ und $N_2(t)$,

35. Laser (Teil 2)

Die Besetzung des angeregten Zustandes N_2 (natürlich auch die des Grundzustandes N_1) erreicht für große Zeiten t einen stationären Wert.

a) Wie ändert sich dieser als Funktion der Intensität der Laserstrahlung?

b) Zeigen Sie, dass für den stationären Fall und hohe Laserintensität die aus dem Laserstrahl absorbierte Leistung in Sättigung geht (d.h. ab einer gewissen Laserintensität kein linearer Zusammenhang mehr zwischen Laserintensität und absorbierter Leistung existiert). Zeigen Sie dazu, dass man die Inversion $\Delta N = N_2 - N_1$ in der Form $\Delta N = -(N_1+N_2)/(1+S)$ schreiben kann, wobei S definitionsgemäß der Sättigungsparameter ist.

36. Laserkühlung von Atomen: Dopplerkühlung

Die Doppler-Kühlung ist die einfachste Methode der Laser-Kühlung von Atomen (Nobelpreis für Physik 1997). Die Grundidee dazu ist, dass ein Atom durch ein Photon in einen angeregten Zustand versetzt wird. Hierbei tritt ein Impulsübertrag auf das Atom auf. Das Atom verbleibt in dem angeregten Zustand für einen bestimmten Zeitraum (z.B. τ) und emittiert dann wieder ein Photon. Erfolgt die Anregung durch einen monochromatischen kollimierten Laserstrahl, so findet bei jedem derartigen Zyklus ein gerichteter Impulsübertrag statt. Die Re-Emission des Photons ist aber ungerichtet. Daher findet im Mittel vieler Zyklen nur bei der Anregung ein Nettoimpulsübertrag statt. Wir betrachten einen Strahl aus Natriumatomen (Atomgewicht 23 amu, λ = 589 nm; τ = 12 ns).

a) In welche Richtung muss sich das Atom relativ zur Lichtquelle bewegen, damit ein maximaler Bremseffekt entsteht? Wie groß ist dann der Nettoimpulsübertrag? Wie viele Zyklen braucht man, um Atome mit einer Geschwindigkeit von v = 500 m/s auf nahezu 0 abzubremsen?

b) Für eine Zykluszeit gleich τ wirkt welche Beschleunigung auf das Atom? Wie lange braucht man für den Bremsvorgang gemäß a)?

c) Nun haben wir einen wesentlichen Aspekt außer Acht gelassen. Natürlich haben die Atome, die sich mit v = 500 m/s auf den Laser zu bewegen aufgrund des Doppler-Effektes eine andere Resonanzfrequenz als solche mit v = 0 m/s. Der wesentliche Trick ist nun, dass man einen Laser hat, den man von Zyklus zu Zyklus mit der Resonanzfrequenz der abgebremsten Atome mitführt. Man sammelt also erst die schnellen Atome ein, dann immer langsamere Atome, bis man bei v = 0 m/s angelangt ist. Wie schnell (in Hz/s) muss man die Laserfrequenz verstimmen können?

d) Da man die Atome in diskreten Impulsschritten abbremst, ergibt sich eine Grenze für die Geschwindigkeitsverteilung beim Dopplerkühlen. Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit <v> der abgebremsten Atome? Welcher Temperatur entspricht das?

Punkteschlüssel: Bsp.33: 1 Pkt; Bsp.34: 1 Pkt; Bsp.35: 1 Pkt; Bsp.36: 1 Pkt.

H – Table B. $(nl)_i - (nl)_k$ Transitions

Transition	λ(Å)	E_i(cm^{-1})	E_k(cm^{-1})	g_i	g_k	A_{ki}(sec^{-1})	f_{ik}
$1s-2p$	1215.67	0	82259	2	6	6.265×10^8	0.4162
$1s-3p$	1025.72	0	97492	2	6	1.672×10^8	7.910×10^{-2}
$1s-4p$	972.537	0	102824	2	6	6.818×10^7	2.899×10^{-2}
$1s-5p$	949.743	0	105292	2	6	3.437×10^7	1.394×10^{-2}
$1s-6p$	937.804	0	106632	2	6	1.973×10^7	7.800×10^{-3}
$2p-3s$	6562.86	82259	97492	6	2	6.313×10^6	1.359×10^{-2}
$2p-4s$	4861.35	82259	102824	6	2	2.578×10^6	3.045×10^{-3}
$2p-5s$	4340.48	82259	105292	6	2	1.289×10^6	1.213×10^{-3}
$2p-6s$	4101.75	82259	106632	6	2	7.350×10^5	6.180×10^{-4}
$2s-3p$	6562.74	82259	97492	2	6	2.245×10^7	0.4349
$2s-4p$	4861.29	82259	102824	2	6	9.668×10^6	0.1028
$2s-5p$	4340.44	82259	105292	2	6	4.948×10^6	4.193×10^{-2}
$2s-6p$	4101.71	82259	106632	2	6	2.858×10^6	2.163×10^{-2}
$2p-3d$	6562.81	82259	97492	6	10	6.465×10^7	0.6958
$2p-4d$	4861.33	82259	102824	6	10	2.062×10^7	0.1218
$2p-5d$	4340.47	82259	105292	6	10	9.425×10^6	4.437×10^{-2}
$2p-6d$	4101.74	82259	106632	6	10	5.145×10^6	2.163×10^{-2}