

Übungen Grundlagen der Physik III
WS 2009/10
10. Übung am 12. November 2009¹

16.) Erzeugung eines Elektron-Positron Paares

- a.) Berechnen Sie die minimale Energie eines Photons welches ein Elektron-Positron Paar erzeugen kann.
b.) Welche Wellenlänge hat ein solches Photon?

17.) Linienbreite eines spektralen Übergangs

Ein Atom emittiert in der Zeit $\tau = 2 \cdot 10^{-10}$ s ein Photon. Berechnen Sie, ausgehend von der Heisenberg'schen Unschärferelation für Energie und Zeit, die natürliche Linienbreite für $\lambda = 520$ nm.

18.) Bohr'sches Atommodell

- a.) Bestimmen Sie den kleinsten stabilen Radius für das Wasserstoffatom gemäß dem Bohr'schem Atommodell.
b.) Bestimmen Sie die Bindungsenergie des Wasserstoffatoms in seinem Grundzustand.
c.) Berechnen Sie gemäß der Bohr'schen Theorie die Gesamtenergie des Elektrons, das sich auf der zweiten Quantenbahn eines Wasserstoffatoms befindet.
d.) Wie groß ist die Wellenlänge eines Lichtquants, das beim Übergang des Wasserstoffelektrons von der vierten auf die zweite Quantenbahn emittiert wird?

Hinweis: Leiten Sie alle Ergebnisse zuerst allgemein mit Hilfe der Bohr'schen Quantisierungsbedingung ab und setzen Sie erst danach Zahlenwerte ein!

19.) Atomare Einheiten

Im Bohr'schen Atommodell bestimmt die Coulombkraft zwischen zwei Elementarladungen die Bewegung der Atomelektronen um den Atomkern:

$$F_C = \frac{k_C e^2}{r^2}$$

Hier sind e die Elementarladung, r der Abstand zwischen den Ladungen, und für k_C muß im SI-System $k_C = 1/4\pi\epsilon_0$ gewählt werden.

- a) Berechnen Sie $k_C e^2$ in Einheiten von $eV\text{\AA}$.
b) Wählt man $k_C = 1$, dann ergeben sich die Ausdrücke für die erste Bohr'sche Bahn a_0 , die Energie des Grundzustand des Wasserstoffatoms E_0 und die Geschwindigkeit auf der ersten Bohr'schen Bahn v_0 zu:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 0.529 \text{\AA} (\equiv 1 \text{ Bohr}) \\ E_0 &= \frac{e^2}{2a_0} = 13.6 \text{ eV} (\equiv 1 \text{ Rydberg} = 0.5 \text{ Hartree}) \\ v_0 &= \frac{e^2}{\hbar} = c \cdot \alpha = \frac{c}{137} = 2.19 \times 10^6 \text{ m/s} (\equiv 1 \text{ Bohrgeschwindigkeit}) \end{aligned}$$

Drücken Sie die Wellenlänge eines Elektrons λ aus durch seine Energie E . Verwenden Sie für die Einheit der Länge das Bohr und für die Einheit der Energie das Hartree.

- c) Um eine Grösse in atomaren Einheiten zu berechnen, wählt man einfach $e = 1$, $\hbar = 1$ und $m_e = 1$. Dies entspricht einer Längeneinheit von einem Bohr, einer Energieeinheit von einem Hartree, während die Geschwindigkeit in Einheiten der Umlaufgeschwindigkeit auf der ersten Bohr'schen Bahn gemessen wird. Berechnen Sie die Wellenlänge (in Bohr) eines Elektrons mit einer Energie von 5 Hartree. Wieviel Ångstrom beträgt dann die Wellenlänge eines Elektrons mit einer Energie von 135 eV ?

¹Wolfgang Werner

20.) Pionisches Atom

Ein einfach negativ geladenes Teilchen der Masse M wird durch das Coulombpotential $V(r) = e^2/4\pi\epsilon r^2$ an ein Proton gebunden (Masse m_p). Die Energien der (wasserstoffartigen) Zustände sind gegeben durch:

$$E_n = -\frac{e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{\mu}{n^2}$$

wobei μ die reduzierte Masse darstellt und die übrigen Symbole die übliche Bedeutung haben. Ein solches gebundenes Teilchenpaar emittiert ein Photon, dessen Wellenlänge $\lambda = 4.98\text{\AA}$ mit dem Übergang zwischen dem ersten angeregten Zustand und dem Grundzustand identifiziert wird. Berechnen Sie hieraus den Wert von M , ausgedrückt als Vielfaches der Protonenmasse m_p .

Hinweis: die Grundzustandsenergie von Wasserstoff ist

$$E_H = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = -13.6 \text{ eV}.$$

Im weiteren ist $hc = 12.1 \text{ keV}\text{\AA}$

Punkteschlüssel: Bsp. 16:1; Bsp. 17:1; Bsp. 18:1; Bsp. 19:1; Bsp. 20:1;