1. **Spektroskopie am Wasserstoffatom:** Ein hochpräzises **Gitterspektroskop** kann die Linie des **162.** und des **163.** Überganges der **Balmer-Serie** gerade noch auflösen.

➔ Wie groß ist das **Auflösungsvermögen Δλ/λ** des Spektroskops? *(Lösung: Δλ/λ = 1,87 · 10^{-6})*

2. **Orts- und Impulsunschärfe eines Gauß-glockenförmigen Wellenpaketes:** Ein freies Teilchen kann als Gauß-glockenförmiges Wellenpaket dargestellt werden. Die Wellenfunktion zum Zeitpunkt $t = 0$ lautet:

$$\Psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2\pi}\delta_0}} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{4\delta_0^2} + \frac{i}{\hbar} p_0 x \right).$$

a) Man zeige, dass zum Zeitpunkt $t = 0$ für die Ortsunschärfe $(\Delta X)_0 = \sqrt{\langle X^2 \rangle_0 - \langle X \rangle_0^2}$ gilt: $(\Delta X)_0 = \delta_0$.

b) Man zeige, dass zum Zeitpunkt $t = 0$ für die Impulsunschärfe $(\Delta P)_0 = \sqrt{\langle P^2 \rangle_0 - \langle P \rangle_0^2}$ gilt: $(\Delta P)_0 = \frac{\hbar}{2\delta_0}$.

c) Man berechne $(\Delta X)_0 \cdot (\Delta P)_0 = (\Delta X \cdot \Delta P)_{min}$.

Hinweis zu **a)** *und* **b)**: $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \exp(-x^2) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

3. **Stationäre Zustände im unendlich hohen Kastenpotential:** Für ein **unendlich hohes Kastenpotential** der Form $E_{pot}(x) = \begin{cases} 0 & x \in [0,a] \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$ berechne man die **Wellenfunktionen und Energien der stationären Zustände**. Welche **laterale Ausdehnung** müsste dieses Potential haben, damit die **Grundzustandsenergie eines Elektrons im Kasten gleich der Grundzustandsenergie des Wasserstoffatoms** (**13,6 eV**) ist? Was ist der wesentliche Unterschied zwischen den **Energien der stationären Zustände** im **Kastenpotential** und jenen im **Wasserstoffatom**?

(Lösung: $\Psi_n(x,t) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \exp\left(-i \frac{E_n}{\hbar} t\right)$, $a = 1{,}66 \cdot 10^{-10}$ m*)*

4. **Erwartungswerte im Kastenpotential:** Mit Hilfe der **normierten Wellenfunktionen** $\Psi_n(x,t) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \exp\left(-i \frac{E_n}{\hbar} t\right)$ für ein Teilchen im **unendlich hohen Kastenpotential** berechne man die **Erwartungswerte** $\langle X \rangle$, $\langle P \rangle$ und $\langle P^2 \rangle$. Man kommentiere die Ergebnisse.

(Lösung: $\langle X \rangle = \frac{a}{2}$, $\langle P \rangle = 0$, $\langle P^2 \rangle = \left(\frac{n\pi\hbar}{a}\right)^2$ *)*