**1.** **Korrespondenzprinzip im unendlich hohen Kastenpotential:** Der Erwartungswert des Ortes im eindimensionalen, **unendlich hohen Kastenpotential** der **Ausdehnung *a*** ist $\langle X \rangle = \frac{a}{2}$. Der Erwartungswert des **Ortsquadrates** ist $\langle X^2 \rangle = \frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{2\pi^2 n^2}$.

**a)** Man berechne die **Ortsunschärfe** $\Delta X = \sqrt{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2}$. *(Lösung: $\Delta X = \frac{a}{2\sqrt{3}}\sqrt{1-\frac{6}{\pi^2 n^2}}$ )*

**b)** Ein klassisches Teilchen bewege sich (abgesehen von den Umkehrpunkten) mit **konstanter Geschwindigkeit *v*** zwischen den Potentialwällen hin und her. Zum Zeitpunkt ***t* = 0** befinde es sich bei ***x* = 0**. Man skizziere die Trajektorie des Teilchens im *x*-*t*-Diagramm.
Man berechne **Δ*X* für das klassische Teilchen** unter Zuhilfenahme des Faktums, dass bei **unbekannten Anfangsbedingungen** die **klassische Wahrscheinlichkeit**, das Teilchen in einem Intervall $[x,\ x + \mathrm{d}x]$ zu finden, $\mathbf{d}W(x) = P(x)\mathbf{d}x = (1/a)\mathbf{d}x$ ist. Man zeige, dass für **große *n*** die **quantenmechanische Ortsunschärfe in den klassischen Wert übergeht**. *(Lösung: $\Delta X = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ )*

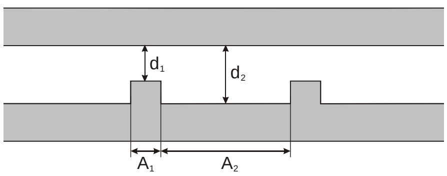
**2.** **Das eindimensionale, endlich tiefe Kastenpotential:** Man berechne die Energien der stationären Zustände für ein endlich tiefes, eindimensionales Kastenpotential der Form $E_{\text{pot}}(x) = \begin{cases} 0 \text{ für } 0 \le x \le a \\ E_0 \text{ sonst} \end{cases}$.

Können diese Energien analytisch berechnet werden? *(Lösung: $E_n = \frac{\hbar^2}{2ma^2}\left[n\pi - 2\operatorname{arccot}\left(\sqrt{\frac{E_0 - E_n}{E_n}}\right)\right]^2$ )*

**3.** **Anwendung des quantenmechanischen Tunneleffektes – das Rastertunnelmikroskop:** Man bestimme die **radiale Verteilung des Tunnelstromes *j*(*r*)** von der **Oberfläche einer metallischen Probe** zur **Spitze eines Rastertunnelmikroskops**. Aus der Radialverteilung des Tunnelstromes bestimme man weiters die **laterale Auflösung σ** des Tunnelmikroskops. Die **Geometrie der Spitze** entspreche einem **Rotationsparaboloid**, welches durch die Gleichung $z(r) = \frac{r^2}{2R}$ gegeben ist. Der **Radius der Spitzenverrundung** sei ***R* = 100 nm**, die **Austrittsarbeit** des Metalls betrage $\mathbf{W_a = 4}$ **eV**. *(Lösung: σ = 2,2 nm)*

*Hinweis: Man verwende die Näherung des Transmissionskoeffizienten für den Tunneleffekt für große Argumente von* sinh(*x*).

**4.** **Tunneleffekt an rauhen Oberflächen:** Eine rauhe metallische Oberfläche mit isolierten, abgeflachten Unebenheiten befindet sich nahe an einer vollkommen glatten metallischen Fläche (siehe Abbildung).




Das Flächenverhältnis $A_1/A_2$, sowie die Distanzen $d_1$ und $d_2$ seien gegeben. die **Stromdichte** des Tunnelstromes besitzt die Form $j(d) = D\exp(-2\kappa d)$ ($D$ [Am$^{-2}$] .. konstanter Faktor).

**a)** Man berechne zunächst **allgemein** die **prozentuellen Anteile $P_1$ und $P_2$** der **Tunnelströme $I_1$** und $I_2$ am **Gesamttunnelstrom *I***.

Für $\kappa = 10^{10}$ m$^{-1}$ berechne man weiters:

**b)** $P_1$ und $P_2$ für $A_1/A_2 = 0{,}01$, $d_1 = 1$ nm, sowie $d_2 = 1{,}5$ nm. *(Lösung: $P_1$ = 99,55 %, $P_2$ = 0,45 %)*
**c)** jene Distanz $d_1$, für die bei $d_2 = 1{,}5$ nm $P_1 = P_2 = 50$ % ist ($A_1/A_2 = 0{,}01$).*(Lösung: $d_1$ = 1.27 nm)*