**1.** **Korrespondenzprinzip im unendlich hohen Kastenpotential:** Der Erwartungswert des Ortes im eindimensionalen, **unendlich hohen Kastenpotential** der **Ausdehnung *a*** ist $\langle X \rangle = \frac{a}{2}$.

**a)** Man zeige, dass der Erwartungswert des **Ortsquadrates** $\langle X^2 \rangle = \frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{2\pi^2 n^2}$.

**b)** Man berechne die **Ortsunschärfe** $\Delta X = \sqrt{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2}$. *(Lösung:* $\Delta X = \frac{a}{2\sqrt{3}} \sqrt{1 - \frac{6}{\pi^2 n^2}}$ *)*

**c)** Ein klassisches Teilchen bewege sich (abgesehen von den Umkehrpunkten) mit **konstanter Geschwindigkeit *v*** zwischen den Potentialwällen hin und her. Zum Zeitpunkt ***t* = 0** befinde es sich bei ***x* = 0**. Man skizziere die Trajektorie des Teilchens im *x*-*t*-Diagramm.
Man berechne **Δ*X* für das klassische Teilchen** unter Zuhilfenahme des Faktums, dass bei **unbekannten Anfangsbedingungen** die **klassische Wahrscheinlichkeit**, das Teilchen in einem Intervall $[x,\ x + \mathrm{d}x]$ zu finden, $\mathbf{d}W(x) = P(x)\mathbf{d}x = (1/a)\mathbf{d}x$ ist. Man zeige, dass für **große *n*** die **quantenmechanische Ortsunschärfe in den klassischen Wert übergeht**. *(Lösung:* $\Delta X = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ *)*

**2.** **Potentialtopf in einer Dimension:** Man zeige, dass für die Reflexion bzw. Transmission eines freien Teilchens der Energie $E > 0$, welches **einen Potentialtopf der Breite *a* und der Tiefe $-E_0$ von links kommend überquert** (der Anfangspunkt des Topfes liege bei ***x* = 0**), analoge Beziehungen wie für das **Durchtunneln** eines Potentialwalles gelten. *(Lösung:* $T = \left( \frac{1}{4} \cdot \frac{E_0^2}{E(E - E_0)} \sin^2\left( a \cdot \sqrt{\frac{2m(E - E_0)}{\hbar^2}} \right) + 1 \right)^{-1}$ *)*

**3.** **Spektroskopie am Wasserstoffatom:** Ein hochpräzises **Gitterspektroskop** kann die Linie des **162.** und des **163.** Überganges der **Balmer-Serie** gerade noch auflösen.

➔ Wie groß ist das **Auflösungsvermögen Δλ/λ** des Spektroskops? *(Lösung:* $\Delta\lambda/\lambda = 1{,}87 \cdot 10^{-6}$*)*

**4.** Das **Positroniumatom:** Ein **Elektron** und ein **Positron** können ein **wasserstoffähnliches Atom** mit einer begrenzten Lebensdauer bilden. Elektron und Positron kreisen dabei um ihren gemeinsamen Schwerpunkt.

**a)** Man berechne die zu den **stabilen Zuständen** dieses Atoms gehörigen **Energiewerte**.

**b)** Man berechne die Wellenlängen der beim Übergang von den ersten beiden angeregten Zuständen in den Grundzustand emittierten Strahlung sowohl für das Positroniumatom, als auch für das Wasserstoffatom.
*(Lösung:* Ωασσερστοφφ: $\lambda_{21} = 122{,}9$ nm, $\lambda_{31} = 103$ nm; *Positronium:* $\lambda_{21} = 143{,}6$ nm, $\lambda_{31} = 205{,}8$ nm *)*